

**UNIEVANGÉLICA**

**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANNE CAROLINE DE PAULA NASCIMENTO**

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS  
PARA ESTUDO DE PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO  
ESTRUTURA EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁPOLIS / GO**

**2018**

**ANNE CAROLINE DE PAULA NASCIMENTO**

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS  
PARA ESTUDO DE PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO  
ESTRUTURA EM ENGENHARIA CIVIL**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA UNIEVANGÉLICA**

**ORIENTADOR: AGNALDO ANTONIO MOREIRA TEODORO  
DA SILVA**

**ANÁPOLIS / GO: 2018**

## FICHA CATALOGRÁFICA

NASCIMENTO, ANNE CAROLINE DE PAULA.

Aplicação do método dos elementos finitos para estudo de problemas de interação fluido estrutura em engenharia civil.

84 P, 297 mm (ENC/UNI, Bacharel, Engenharia Civil, 2018).

TCC - UniEvangélica

Curso de Engenharia Civil.

- |                                 |                               |
|---------------------------------|-------------------------------|
| 1. Método dos elementos finitos | 2. Interação fluido estrutura |
| 3. Modelagem de eclusas         | 3. Modelagem de barragens     |
| I. ENC/UNI                      | II. BACHAREL (10º)            |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

NASCIMENTO, Anne Caroline de Paula. Aplicação do método dos elementos finitos para estudo de problemas de interação fluido estrutura em engenharia civil. TCC. Curso de Engenharia Civil, UniEvangélica, Anápolis, GO, 84 p. 2018.

## CESSÃO DE DIREITOS

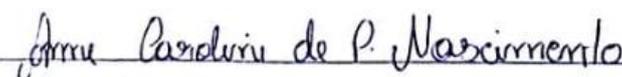
NOME DO AUTOR: Anne Caroline de Paula Nascimento

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO: Aplicação do método dos elementos finitos para estudo de problemas de interação fluido estrutura em engenharia civil

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil

ANO: 2018

É concedida à UniEvangélica a permissão para reproduzir cópias deste TCC e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste TCC pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Anne Caroline de Paula Nascimento

E-mail: anne.acdpn@gmail.com

**ANNE CAROLINE DE PAULA NASCIMENTO**

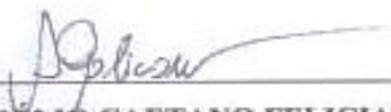
**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS  
PARA ESTUDO DE PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO  
ESTRUTURA EM ENGENHARIA CIVIL**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO CURSO DE  
ENGENHARIA CIVIL DA UNIEVANGÉLICA COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL**

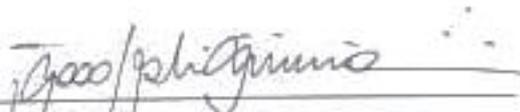
**APROVADO POR:**



\_\_\_\_\_  
**AGNALDO ANTONIO MOREIRA TEODORO DA SILVA, Mestre (UniEvangélica)  
(ORIENTADOR)**



\_\_\_\_\_  
**AURELIO CAETANO FELICIANO, Especialista (UniEvangélica)  
(EXAMINADOR INTERNO)**



\_\_\_\_\_  
**JOÃO SILVEIRA BELÉM JUNIOR, Mestre (UniEvangélica)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

**DATA: ANÁPOLIS/GO, 28 de NOVEMBRO de 2018.**



Sobretudo dedico a Deus, que é fonte da vida,  
e minha fonte de força e meu guia.

À minha família, que é a parte mais importante  
de mim e que apoiam e incentivam meu  
crescimento profissional.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por minha vida, família e amigos, por ter me dado saúde e força para superar os obstáculos e dificuldades do caminho.

Agradeço e dedico este momento a minha família e amigos, que estiveram ao meu lado, ao meu pai, que apesar da distância, sempre me apoiou, amou e incentivou a estudar e a minha mãe que foi minha fortaleza, escudo, suporte e fonte de amor incondicional.

Ao mestre Agnaldo Antonio, que fez toda a diferença na orientação deste trabalho, agradeço por sua confiança, paciência, suporte e incentivo.

A esta instituição e a toda equipe docente do curso de engenharia civil, que oportunizaram a janela que hoje vislumbro e a todos os professores por proporcionarem, não apenas conhecimentos matemáticos, mas também manifestação de caráter e afetividade ao longo da minha formação acadêmica.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação.

“Do mesmo modo que o metal enferruja com a ociosidade e a água parada perde sua pureza, assim a inércia esgota a energia da mente.”

- Leonardo da Vinci

## RESUMO

A interação entre fluido estrutura é um fenômeno multifísico que acontece constantemente em qualquer meio, desde coisas naturais como o vento nas folhas das árvores ou o sangue nas artérias sanguíneas, até as áreas desenvolvidas pela engenharia como o vento em turbinas eólicas ou rotores das máquinas rotativas. Neste trabalho faz-se a análise do acoplamento fluido estrutura em sistemas bidimensionais e qual a interferência que um tem sobre o outro. Esse estudo é feito com descrição Lagrangeana para o sólido e Euleriana para o fluido utilizando o método dos elementos finitos (MEF). A aplicação deste método é feita no *software* ANSYS, o qual demonstrará as frequências necessárias para o estudo e suas formas modais. O *software* utilizado foi validado em um primeiro caso com equações analíticas, demonstrando que os erros são razoavelmente baixos para malhas refinadas. Os casos considerados neste trabalho são exemplos reais ou similares à realidade, com o intuito de avaliar os fenômenos estudados na hidráulica. Compreender esses efeitos é importante para que se faça um dimensionamento mais criterioso dos sistemas envolvidos, a fim de se evitar problemas futuros.

Palavras chave: Interação fluido estrutura. Método dos elementos finitos. ANSYS.

## ABSTRACT

The interaction between fluid-structure is a multiphysical phenomenon that happens constantly in any medium, from natural things like the wind in the leaves of the trees or the blood in the blood arteries, to the areas developed by the engineering like wind in wind turbines or rotors of the machines rotating. In this work the analysis of the fluid-structure coupling in two-dimensional systems is done and what is the interference that one has over the other. This study is done with Lagrangian description for the solid and Eulerian for the fluid using the finite element method (MEF). The application of this method is done in ANSYS software, which will demonstrate the necessary frequencies for the study and its modal forms. The software used was validated in the first case with analytical equations, demonstrating that the errors are reasonably low for refined meshes. The cases considered in this work are real or similar to reality, in order to evaluate the phenomena studied in hydraulics. Understanding these effects is important for a more judicious scaling of the systems involved in order to avoid future problems.

Keywords: Fluid structure interaction. Finite element method. ANSYS.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Exemplos de problema interação-fluido estrutura. (a) Troll A - Plataforma de gás natural, Noruega; (b) Turbinas eólicas, instaladas no mar (c) Simulação computacional de pressão e fluxo sanguíneo em uma válvula cardíaca. ....	16
Figura 02 – Ciclo representativo da Interação Fluido Estrutura.....	20
Figura 03 – Ponte de Tacoma, em Puget Sound, EUA.....	25
Figura 04 – Campo de tensões em um indutor axial usando campo de pressão de uma análise de CFD.....	26
Figura 05 – Ressonância do tipo Flutter na asa do Avião. ....	26
Figura 06 – Aerodinâmica de veículo de formula 1. ....	26
Figura 07 – Análise de da deformação causada por um fluido no cilindro, ANSYS.....	26
Figura 08 – Modelo típico de plataforma offshore tipo concreto gravidade. ....	27
Figura 09 – Formas modais. ....	28
Figura 10 – Esquema geral de modelo barragem-reservatório.....	29
Figura 11 – Modelo Pistão-Cavidade 2D. ....	30
Figura 12 – Modos de vibração numérico da viga sobre base elástica.....	30
Figura 13 – Representação 2D dos modos acoplados da cavidade aberta.....	31
Figura 14 – Parte esquerda simétrica do sistema eclusa-tanque, representando metade do sistema. ....	32
Figura 15 – Envoltória das tensões normais verticais de tração máximas nas estruturas de gravidade da eclusa para os casos (a) estrutural desacoplado e (b) fluido estrutura acoplado, em Pa. ....	33
Figura 16 – Dimensões e condições de contorno do TLCD.....	33
Figura 17 – Deformadas modais com aceleração unitária – $h_a=105$ mm .....	34
Figura 18 – Variação da pressão relacionada à velocidade de saída. ....	34
Figura 19 – Perfil de escoamento de velocidade (m/s).....	34
Figura 20 – Deformação elástica nas paredes do tubo. ....	35
Figura 21 – Formas Geométricas possíveis para elementos finitos. (a) unidimensionais; (b) bidimensionais; (c) tridimensionais.....	37
Figura 22 – Modelo tridimensional de uma discretização de método dos elementos finitos...	37
Figura 23 – Tubulação analisada com maior número de nós. ....	39
Figura 24 – Sequência do esboço de um projeto de análise de elementos finitos. ....	41
Figura 25 – Ilustração da idealização do MEF para uma torre de refrigeração.....	42

Figura 26 – Modos de corpo flexível com baixa frequência. (a) Primeiro modo flexional (b) segundo modo flexional (c) Primeiro modo torcional (d) Segundo modo torcional.....	46
Figura 27 – Modos de obtenção dos parâmetros modais.....	48
Figura 28 – Análise de convergência de superfície livre.....	49
Figura 29 – Interface de preferência de análise.....	50
Figura 30 – Interface ANSYS, Campos de comandos.....	51
Figura 31 – Formas modais da estrutura desacoplada obtidas no ANSYS. (a) 1° modo (b) 2° modo (c) 3° modo (d) 4° modo.....	52
Figura 32 – Representação esquemática do modelo 2D acoplado fluido estrutura.....	57
Figura 33 – Formas modais das frequências obtidas via ANSYS.....	58
Figura 34 – Formas modais das frequências superfície livre obtidas via ANSYS.....	59
Figura 35 – Formas modais das frequências cavidade obtidas via ANSYS.....	60
Figura 36 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – pressão 0.....	61
Figura 37 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – Sloshing.....	62
Figura 38 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura – cavidade.....	63
Figura 39 – Representação esquemática das dimensões da eclusa 1.....	64
Figura 40 – Formas modais do sistema acoplado com superfície livre – Sloshing.....	67
Figura 41 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura Cavidade.....	67
Figura 42 – Representação das dimensões da estrutura.....	68
Figura 43 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – Sloshing.....	71
Figura 44 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – pressão 0.....	72
Figura 45 – Representação das dimensões da estrutura.....	73
Figura 46 – Formas modais da estrutura desacoplada.....	74
Figura 47 – Formas modais do fluido desacoplado com superfície livre.....	75
Figura 48 – Formas modais do fluido desacoplado com superfície livre – pressão 0.....	76
Figura 49 – Formas modais da estrutura acoplada com superfície pressão 0.....	77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Comparativo entre os três primeiros modos do sistema desacoplado do fluido e da estrutura acoplada. ....	29
Tabela 02 – Frequências naturais, em Hz, e modos de vibração numéricos da Eclusa 1 de Tucuruí. ....	32
Tabela 03 – Tensões resultantes na parede do tubo.....	35
Tabela 04 – Frequências numéricas e analíticas da estrutura desacoplada. ....	58
Tabela 05 – Frequências numéricas e analíticas do fluido desacoplado considerando o efeito de sloshing. ....	59
Tabela 06 – Frequências numéricas e analíticas do fluido desacoplado cavidade. ....	59
Tabela 07 – Frequências numéricas e analíticas do sistema acoplado com pressão 0. ....	60
Tabela 08 – Frequências numéricas e analíticas do sistema acoplado com pressão 0. ....	61
Tabela 09 – Frequências numéricas e analíticas do sistema acoplado cavidade. ....	62
Tabela 10 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada. ....	63
Tabela 11 – Formas modais e frequências naturais da estrutura desacoplada.....	65
Tabela 12 – Frequências naturais do fluido desacoplado superfície livre. ....	65
Tabela 13 – Frequências naturais do fluido desacoplado cavidade acústica. ....	66
Tabela 14 – Frequências do sistema acoplado com superfície livre.....	66
Tabela 15 – Frequências naturais do fluido desacoplado cavidade acústica. ....	66
Tabela 16 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada. ....	67
Tabela 17 – Frequências naturais e formas modais da estrutura desacoplada.....	69
Tabela 18 – Frequências naturais e formas modais do fluido desacoplado com superfície livre – Pressão 0. ....	70
Tabela 19 – Frequências naturais e formas modais do fluido desacoplado com superfície livre – Pressão 0. ....	70
Tabela 20 – Frequências naturais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – Sloshing. ....	71
Tabela 21 – Frequências naturais do sistema acoplado fluido estrutura Cavidade. ....	71
Tabela 22 – Comparativo frequências naturais – desacoplada e acoplada. ....	72
Tabela 23 – Frequências naturais da estrutura desacoplada. ....	73
Tabela 24 – Frequências naturais do fluido desacoplado com superfície livre. ....	74
Tabela 26 – Frequências naturais do fluido desacoplado cavidade. ....	75
Tabela 26 – Frequências naturais do acoplamento fluido estrutura – Superfície pressão 0. ....	76

Tabela 28 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada. ....	77
---	----

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AEF	Análise dos Elementos Finitos
IFE	Interação Fluido Estrutura
MA	Massa adicional
MC	Massa Cavidade
MDF	Método das Diferenças Finitas
ME	Massa estrutura
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MEF	Método dos Elementos Finitos
TLCD	<i>Tuned Liquid Column Damper</i>

## SUMÁRIO

1	Introdução.....	16
1.1	Justificativa.....	17
1.2	Objetivos .....	18
1.2.1	Objetivo geral .....	18
1.2.2	Objetivos específicos.....	18
1.3	Metodologia.....	18
1.4	Estrutura do trabalho .....	19
2	Revisão bibliográfica.....	20
2.1	Interação Fluido estrutura.....	20
2.1.1	Fluidodinâmica computacional .....	22
2.1.2	Mecânica dos sólidos computacional .....	23
2.1.3	Análise interacional .....	24
2.2	Aplicações .....	25
2.3	Trabalhos envolvendo fluido estrutura na engenharia civil .....	27
3	Desenvolvimento teórico.....	36
3.1	Método dos elementos finitos.....	36
3.1.1	Abordagens do MEF .....	38
3.1.2	Etapas gerais.....	38
3.1.3	Aplicação do MEF.....	41
3.1.4	Vantagens do MEF.....	41
3.1.5	Desvantagens do MEF.....	43
3.2	Equações governantes .....	43
3.3	Análise modal.....	45
4	Metodologia aplicada nos estudos de caso.....	49
4.1	ANSYS.....	49
4.1.1	Modelagem dos sistemas acoplados e desacoplados – Passo a passo.....	50
4.1.1.1	Pré-processamento.....	50
4.1.1.2	Solução .....	51
4.1.1.3	Pós-Processamento .....	52
4.2	Equações analíticas para validações.....	52
4.2.1	Solução desacoplada da estrutura.....	53
4.2.2	Solução desacoplada do fluido .....	54
4.2.3	Solução acoplada do fluido- estrutura .....	55

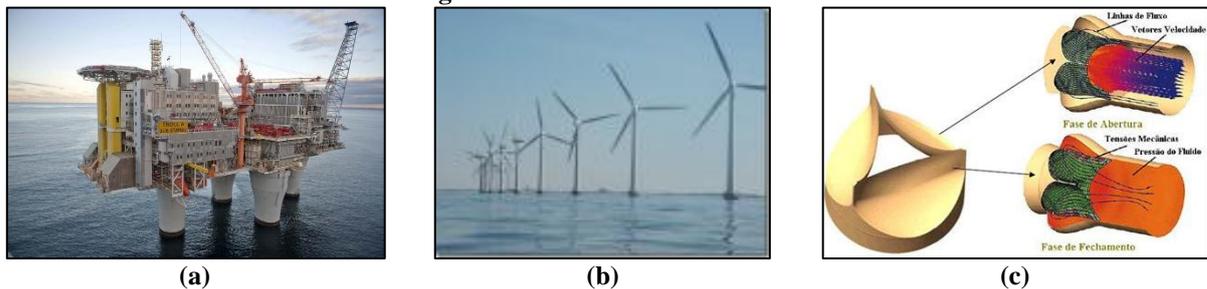
4.3	Erro relativo.....	55
5	Estudos de caso .....	56
5.1	Caso 1 – Cavidade quadrada com superfície livre .....	56
5.1.1	Desacoplado estrutura .....	57
5.1.2	Desacoplado Fluido .....	58
5.1.3	Acoplado Fluido Estrutura .....	60
5.1.4	Acoplado Fluido Estrutura – <i>Sloshing</i> .....	61
5.2	Caso 2 - Eclusa 1 - Tucuruí.....	64
5.2.1	Desacoplado estrutura .....	65
5.2.2	Desacoplado Fluido .....	65
5.2.3	Acoplado Fluido Estrutura .....	66
5.3	Caso 3 - Eclusa 2 - Tucuruí.....	68
5.3.1	Desacoplado estrutura .....	69
5.3.2	Desacoplado Fluido .....	70
5.3.3	Acoplado Fluido Estrutura .....	70
5.4	Caso 4 - Canal fechado.....	72
5.4.1	Desacoplado estrutura .....	73
5.4.2	Desacoplado Fluido .....	74
5.4.3	Acoplado Fluido Estrutura .....	76
6	Considerações finais.....	78
	Referências bibliográficas .....	80

## 1 INTRODUÇÃO

A evolução tem sido constante na existência do homem, desde sua necessidade de alimentação até o domínio do fogo. Contudo na medida em que surgem grandes inovações, estas vêm acompanhadas de suscetíveis problemas.

A interação entre fluidos com estruturas acontece desde os primórdios da humanidade e persistirá pelo restante dos anos. Basicamente, a maioria dos elementos hoje envolve esse tipo de interação, tais como rotores de máquina rotativas, turbinas eólicas, o vento sobre as edificações, válvulas sanguíneas, entre outras. Sendo que um dos grandes casos de ocorrência é a deformação que o vento causa sobre estruturas na terra. E estudar essas interações está se tornando cada dia mais viável e utilizado em diversas engenharias. A Figura 01 exemplifica alguns casos de sistemas que existe a interação entre o fluido e a estrutura.

**Figura 01 – Exemplos de problema interação-fluido estrutura. (a) Troll A - Plataforma de gás natural, Noruega; (b) Turbinas eólicas, instaladas no mar (c) Simulação computacional de pressão e fluxo sanguíneo em uma válvula cardíaca.**



Fontes: Prandi, 2018; Herbert, 2018; Martins Filho, 2018.

Segundo Amaral (2016) a interação fluido estrutura (IFE) é o elo em que se envolvem diferentes leis da física, sobressaltando a mecânica estrutural e dinâmica dos fluidos, e a solução para os problemas de IFE é melhor analisada quando feita de forma acoplada para que se obtenham os melhores resultados.

Sanches (2006) afirma que com o desenvolvimento dos computadores, os métodos computacionais vêm sendo utilizados para facilitar a modelagem da interação. Essa modelagem é realizada discretizando o domínio do problema fluido e estrutura de forma desacoplada promovendo posteriormente o acoplamento dos elementos.

Para essa discretização usam-se ferramentas matemáticas, tais como: método dos elementos finitos (MEF), método dos elementos de contorno (MEC), método das diferenças finitas (MDF).

Com intuito de estudar estruturas de grande porte em contato com o fluido o presente trabalho aplicará a análise modal usando como ferramenta matemática MEF por ser um procedimento que subdivide em parte o domínio do problema, resultando em vantagens como o melhor carregamento das condições de contorno e suas deformidades, uma análise mais completa da estática e dinâmica do sistema analisado, dentre outras. Esse método permite assim uma melhor análise da IFE analisando o deslocamento potencial da estrutura e deformação e pressão do fluido exercido.

Para o estudo será usado o *software* computacional ANSYS V19.0 *student license* para discretizar o problema tendo como objetivos estudar os efeitos do fluido em estruturas de grande porte.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Na engenharia civil existe uma deficiência em ferramentas computacionais integradas para o estudo de estruturas de grande porte devido às peculiaridades existentes. Dentre elas pode-se citar: análise de tensões, vibrações, interação entre elementos e outros.

Para execução de tais projetos é necessário a compreensão de diversos fenômenos de forma isolada e de forma integrada. Para realizar esse estudo detalhado devem-se buscar ferramentas que ajudem a discretizar e compreender tais fenômenos para em seguida realizar projetos mais precisos e condizentes com a realidade.

Um exemplo que descreve tal situação é a interação de estruturas com o fluido, onde as deformações existentes na estrutura interferem no campo de pressão do fluido e a existência de um campo de pressão do fluido interfere na movimentação da estrutura. Uma das ferramentas para tais estudos é a modelagem numérica usando *softwares* computacionais que usam como ferramenta matemática o MEF.

A modelagem numérica é importante, pois seu desempenho se assemelha aos experimentos físicos, poupando assim tempo, material e dinheiro. Outra vantagem da modelagem numérica é a facilidade de transporte e de acesso, já que somente é necessário um computador e uma pessoa capaz de conduzir o projeto. Entretanto, por se tratar de um método ainda em pesquisas de desenvolvimento, sua projeção ainda não foi apropriadamente divulgada e, portanto, há ainda poucos profissionais capacitados a trabalharem com o método.

A nível de graduação a aplicação de tais ferramentas é importante para auxiliar o acadêmico na compreensão de fenômenos físicos e o instigar a estudos avançados na área de

projetos. Sendo assim o presente trabalho irá demonstrar o uso de tais ferramentas na análise de estruturas com o intuito de demonstrar a possibilidade de uso a nível de graduação.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo geral

A pesquisa tem como objetivo geral o estudo da interação entre o fluido e a estrutura através da análise modal usando como ferramenta de cálculo o *software* computacional ANSYS V19.0 *student License* que usa como ferramenta matemática o MEF.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Realizar um levantamento bibliográfico no que diz respeito a interação fluido estrutura e método dos elementos finitos.
- Aplicar a análise modal no estudo da interação fluido estrutura.
- Realizar estudos de casos de problemas de IFE fazendo uma análise de frequências e apresentando as formas modais do sistema desacoplado e acoplado.
- Realizar a validação das análises utilizando métodos analíticos.

## 1.3 METODOLOGIA

O estudo da IFE surge da necessidade de analisar diversos sistemas da engenharia, onde diversos equipamentos contêm ou estão contidos em meios líquidos ou gasosos e a pressão que o fluido exerce na estrutura é importante para entender o comportamento de ambas e assim prevenir e detectar anormalidades no equipamento.

Inicialmente o trabalho parte de uma pesquisa exploratória onde foi proporcionado conhecimentos sobre o tema desenvolvido e sobre assuntos relacionados que são importantes. Nessa pesquisa foi feita uma análise sobre interação fluido estrutura, método dos elementos finitos, suas aplicações, etapas gerais para sua formulação e trabalhos realizados.

A partir do estudo teórico a respeito da IFE, o trabalho realizará estudos de caso de estruturas de grande porte fazendo a modelagem de sistemas acoplados e desacoplados no

*software* computacional ANSYS V 19.0 *student license*, onde é realizada a simulação utilizando o MEF.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho foi dividido seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta de forma concisa sobre o que é IFE e que esta vem acompanhada de problemas que são necessários métodos tecnologicamente avançados para estudo e entendimento. O capítulo ainda apresenta qual a justificativa para o trabalho e os objetivos seguidos.

No segundo capítulo o objetivo é esclarecer termos técnicos, leis físicas relevantes para o estudo, o que é a interação fluido estrutura, as aplicações e trabalhos desenvolvidos e o avanço em que a tecnologia obteve nos estudos.

O capítulo três vem com o desenvolvimento teórico do trabalho, neste capítulo, o foco está em explicar o que é o MEF, suas abordagens e aplicabilidade e a análise modal. É demonstrado também as equações governantes para modelagem de fluidos em cavidades bidimensionais.

O quarto capítulo explica sobre a metodologia a ser utilizada nos estudos de caso, e sobre como funciona o *software* utilizado para se fazer a análise numérica.

O quinto capítulo traz os estudos de casos, neste capítulo será feita a modelagem de sistemas acoplados e desacoplados, primeiro um caso de validação do sistema, e logo em seguida é feita a modelagem de duas eclusas e um canal fechado com o propósito de obter resultados precisos, para que sejam feitas as análises posteriores.

As considerações finais são apresentadas no sexto capítulo, de modo que se faça uma análise de resultados a partir de uma visão sistêmica, com o conhecimento dos conceitos e resultados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

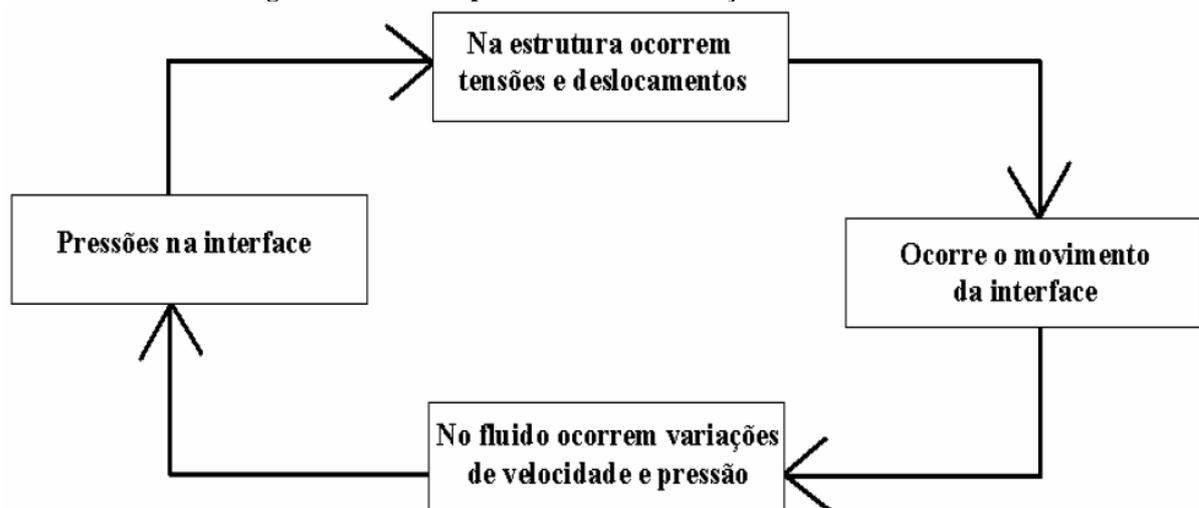
### 2.1 INTERAÇÃO FLUIDO ESTRUTURA

Souza (2007) relata que foi em 1912, que foram feitas as primeiras análises de interação fluido estrutura (IFE), elas foram desenvolvidas para aplicação de estruturas aquáticas, logo que ocorreu a tragédia do Titanic. Ele ainda afirma que com o passar dos anos esses estudos foram ampliados e sendo aplicados a diversas áreas como a submarinos, por Junger em 1997, à indústria aeroespacial, por Tabarrok em 1978, e então se expandindo a engenharia mecânica e civil.

Souza (2007) explica que estruturas em contato com o fluxo de qualquer fluido, seja natural ou produzido pelo homem, estão sujeitas a forças e vibrações. E é a partir do momento em que o comportamento estrutural é significativamente alterado que se torna importante a consideração do fluido no sistema.

Segundo Cicigliano (2010) a IFE consiste no estudo da ação do fluido em movimento sobre uma estrutura e sua resposta, em consequência da ação do fluido, como mostra na Figura 02. Portanto, os problemas de IFE se tornam complexos, porque em sua resolução, as condições de fronteira não podem ser antecipadas.

Figura 02 – Ciclo representativo da Interação Fluido Estrutura.



Fonte: Cicigliano, 2010.

A IFE trata-se exatamente disso, o efeito em que o fluido traz para determinada estrutura, e é o acoplamento de diferentes leis da física, as mais importantes para o presente trabalho são: dinâmica dos fluidos e dinâmicas da estrutura. Esta conexão, leva em

consideração o campo de pressão, velocidades, viscosidade, vibração, efeito térmico e outros, para uma análise estrutural, e suas consequências estruturais no plano incidente.

Partindo do princípio básico, tem-se a mecânica dos meios contínuos que propõe um modelo unificado para sólidos deformáveis, sólidos rígidos e os fluidos. A mecânica dos sólidos subdivide-se em 2 comportamentos, a fase elástica e a plástica, a primeira descreve materiais que depois de submetidos a uma força externa é capaz de retornar a sua forma original, já a segunda retrata uma fase em que o material se deforma de modo irreversível com uma tensão aplicada. Já a mecânica dos fluidos, parte de fluidos não newtonianos e os newtonianos, respectivamente os que não apresentam taxa de deformação proporcional às tensões cisalhantes aplicadas, e os que apresentam essa taxa de forma equilibrada e harmônica. É na junção da fase plástica da mecânica dos sólidos com os fluidos não newtonianos que se obtém o berço da IFE.

Segundo Sousa Junior (2006), na engenharia a interação entre a mecânica dos meios contínuos diferentes aparece em diversos problemas, e a solução não é possível individualmente, apenas de forma simultânea. Esses problemas podem ser classificados em acoplamento forte ou fraco, dependendo do grau de interação. Zienkiewicz (1985) apud Souza Junior (2006) apresentou duas classes de problemas acoplados, sendo elas classe I e II, a primeira envolve casos em que o acoplamento ocorre em uma interface via imposição de condições de contorno, os meios sofrem diferentes processos de discretização, mas na interface há o acoplamento. E a segunda classe, caracteriza a superposição de domínios, o acoplamento se dá nas equações diferenciais que governam diferentes fenômenos físicos.

Souza Junior (2006) defende ainda que existem duas formas clássicas de abordar a IFE: Formulações Lagrangeanas e as Eulerianas. A formulação vetorial ou Lagrangeana descreve o fluido e o sólido com variáveis de deslocamento, sendo que o fluido é modelado como um sólido elástico sem resistência ao cisalhamento. Essa formulação é de fácil implementação, as matrizes são simétricas e a interface fluido estrutura não precisa de condições especiais, porém ela contém um número elevado de graus de liberdade e leva a um alto índice de modos naturais espúrios de circulação. As formulações escalares ou Eulerianas descrevem o fluido com variáveis escalares, tais como pressão e velocidade. Essa formulação em contrapartida com a Lagrangeana possui menos números de graus de liberdade, porém ela conduz a matrizes não simétricas, o que dificulta o uso de solucionadores tradicionais.

Para Paidoussis (2014) na IFE é muito mais desafiador tentar uma descrição matemática para os fluidos do que para as estruturas. Normalmente, para fluidos as equações são não lineares e acopladas, além disso, exceto pela mecânica dos sólidos, a linearidade não

é fisicamente justificável e a solução até mesmo das equações linearizadas não é trivial. Para problemas de IFE, em que as forças induzidas pelo fluido na estrutura são a maior preocupação, grande parte da informação de velocidade e pressão é “descartada”, devido às forças na estrutura poderem ser determinadas pela pressão e tensão viscosa na superfície do corpo, o que permite o tratamento aproximado de algumas classes de problemas.

Silva e Morais (2018) fazem uma análise a cerca de *sloshing*, que é segundo eles um problema comum em qualquer recipiente de líquido. Ao interagir com seu recipiente elástico, ou sua estrutura de suporte, a superfície livre pode exibir vários tipos de movimentos na forma de troca de energia entre formas de modo. O trabalho teve o intuito de realizar a modelagem de estrutura de fluidos em cavidades bidimensionais na forma de amortecer o líquido sintonizado. Utilizaram as descrições Lagrangeanas e Eulerianas, para sólidos e fluidos, respectivamente.

Silva e Morais (2018), explica que embora campos diferentes, as duas mecânicas, tanto a dos sólidos quanto a dos fluidos possuem fatores em comum e divergentes, tais como: em ambas as formas ocorrem tensões e deslocamentos, e são observadas propriedades volumétricas e gravitacionais significativas. Contudo, a principal diferença entre elas está no fato de que os sólidos são capazes de resistir a tensões quando em repouso e os fluidos, não. Portanto do ponto de vista numérico, ambas possuem características que carecem de prévio estudo e muita atenção.

Devido à maior demanda por resultados mais precisos, capazes de representar com mais fidelidades os fenômenos encontrados na IFE e a maior capacidade dos computadores, as análises numéricas considerando a essa interação estão se tornando cada dia mais comum, e essas análises, por regra, podem ser classificadas em função do tipo de acoplamento utilizado entre as disciplinas de análise estrutural e fluidodinâmica computacional.

### **2.1.1 Fluidodinâmica computacional**

Sanches (2006) explica que a fluidodinâmica computacional (do inglês *Computational Fluid Dynamics*) é a área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento. Trata-se da simulação numérica de escoamentos de fluidos, transferência de calor e áreas afins. Agregando-se a mecânica dos fluidos e o cálculo numérico, tem-se a origem as equações diferenciais que regem e representam leis da conservação de massa, energia e momento.

Segundo Anderson (1995), os métodos numéricos das diferenças finitas e dos Volumes Finitos são largamente utilizados na mecânica dos fluidos computacional. Contudo o MEF também vem encontrando o seu espaço neste campo, sendo aplicado pela primeira vez em meados da década de 1970. Anderson cita também que o MEF passou a ser usado por pesquisadores como Zienkiewicz, Taylor, Nithiarasu, e outros mais, gerando excelentes resultados e ganhando cada vez mais espaço por numerosos aspectos.

Fernandes (2016) afirma que na fluidodinâmica o MEF sofreu uma maior relutância a ser utilizado, pois para obter uma representação confiável é necessário que se faça uma análise bidimensional ou tridimensional do fluido. E na busca de uma forma eficiente e com menor custo computacional, diversos métodos vêm sendo desenvolvidos no entrar dos anos. Os métodos variacionais multiescala de partículas, o método de Galerkin descontínuo e o método das partículas exemplifica bem essa evolução. O autor cita que os métodos variacionais, tem se mostrado bastante favoráveis com escoamentos turbulentos, por estes terem um intervalo de escala amplo. Esse método, introduzido em 1995 por Hughes, propõe a decomposição do problema em diversas escalas, e as separando para resolver.

O método das partículas, originado em 1997 por Gingold e Monaghan, vem se desenvolvendo pela linguagem de descrição Lagrangeana, esse método mostra-se muito favorável a análise em que o domínio sofre alterações constantes e em problemas de IFE com condições complexas de contato.

Contudo para mostrar contraste amplo com os dois métodos sucintamente descritos Fernandes (2016), cita que tem-se o método de Galerkin, que não gera matrizes globais, reduz o uso de memória, possibilita aproveitamento de programação paralela, contudo como esse método baseia-se no interligamento da continuidade entre elementos. Ele apresenta uma maior quantidade de graus de liberdade, reportando assim uma de suas ineficiências. Outro aspecto a ser observado é de que para problemas envolvendo transferência de calor ou difusão, esse método pode se tornar mais lento, devido a sua maior demanda de tempo.

### **2.1.2 Mecânica dos sólidos computacional**

Os métodos numéricos já vêm sendo utilizados há várias décadas, especialmente em estruturas, por ser mais viável e versátil, permitindo que se compreendesse melhor o comportamento local e os efeitos globais que estas geram. Segundo Fernandes (2016) o MEF se tornou o método numérico mais utilizado nesse estudo diante de uma base algébrica

consolidada por vários pesquisadores, como por exemplo, Malvern em 1969, Crisfield em 1991 ou Zienkiewicz e Taylor em 2000.

Com o passar do tempo, várias abordagens vêm sido desenvolvidas, como a corrotacional descrevendo a cinemática do sólido decompondo os movimentos do corpo em rígido e de deformação. Essa abordagem aplica-se, por exemplo, em formulas de Euler-Rodrigues para giro infinito, pois em muitos casos não se pode aplicar a comutatividade em grandes deslocamentos.

### 2.1.3 Análise interacional

Assim que a confiança com os métodos computacionais e os métodos numéricos aumentou, passou-se a acoplar diversas áreas para estudo e a IFE foi uma delas.

Segundo Teixeira e Awruch (2005), os métodos para simulação dos problemas IFE são divididos em dois grupos: métodos particionados e métodos monolíticos. No método particionado, as equações governantes do fluido e da estrutura são integradas no tempo separadamente. Já no método monolítico, ambos os domínios são tratados como um só, sendo integrados simultaneamente. É importante observar os três princípios fundamentais da física constituem a maioria dos problemas da engenharia. Esses três princípios são: conservação da massa, as três leis de Newton e a conservação da energia.

“Para modelar matematicamente os referidos problemas, primeiro escolhe-se um referencial preferencialmente inercial, e então se aplicam os três princípios básicos ao problema, podendo ser feito o uso de: a) um sistema isolado, que pode ser definido por um elemento ou conjunto de elementos interessantes ao estudo, isolado do meio por uma fronteira impermeável a massa, de forma que um sistema terá sempre a mesma massa, permitindo apenas o transporte de calor e trabalho através da fronteira do mesmo. b) um volume de controle, definido por uma região do espaço interessante para o estudo, cuja fronteira é chamada de superfície de controle e é permeável a massa, ou seja, permite transporte de matéria para dentro ou fora do volume de controle. Assim, geralmente, por facilitar a solução, o volume de controle possui o volume fixo e a massa variável.” (SANCHES, 2006, p. 7).

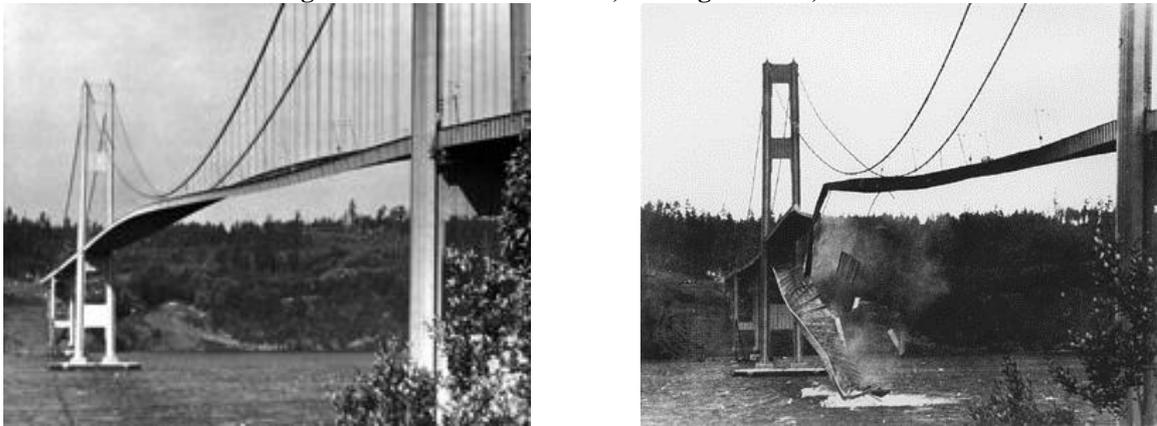
Assim sendo, para uma análise dos sólidos é ideal que se faça uma formulação de um sistema isolado, gerado por descrição Lagrangeana, à medida que para uma análise dos fluidos o mais aconselhável é uma formulação obtida através do emprego de volume de controle, com descrição Euleriana.

Por fim, a análise da movimentação da malha do domínio fluido não deve ser esquecida. Essa pode ser apresentada como um sistema estrutural ou feita uma média ponderada da distância do nó em relação aos nós dos contornos fixos e móveis, em sua movimentação.

## 2.2 APLICAÇÕES

A IFE se torna importante a partir do momento em que as vibrações causadas pelos fluidos, sejam elas quais forem, começam a alterar o comportamento da estrutura, causando assim deformações ou se em grande escala, até colapsos, como o da ponte de Tacoma Narrows, uma estrutura suspensa nos Estados Unidos, que na década de 1940, ruiu devido à ressonância causada pelo vento, fenômeno conhecido como *flutter*, como mostra na Figura 03.

**Figura 03 – Ponte de Tacoma, em Puget Sound, EUA.**



(a) Antes do colapso

(b) Depois do colapso

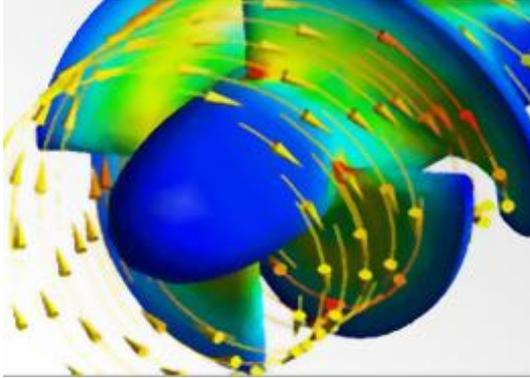
**Fonte: Iuri Zambotto, 2015.**

Segundo Souza Junior (2006) há duas abordagens bastante utilizadas que são objetos de estudo na IFE: a interação entre uma estrutura deformável com um escoamento do fluido, e a interação dinâmica entre uma estrutura com o meio acústico. Em resumo, a primeira trata-se de uma estrutura estaticamente e dinamicamente excitada devido ao fluxo do fluido e a segunda que a estrutura reage e interage juntamente com o fluido de modo a formar um sistema.

As Figuras de 04 e 05 demonstram, respectivamente, o campo de forças e o efeito que a água é capaz de produzir na turbina; e um efeito de ressonância aeroelástica, também conhecido por *flutter*, em que há vibrações em frequências naturais do material em questão, mais uma das representações dos efeitos vibratórios da ressonância.

A Figura 06 é uma análise do efeito que o vento tem sobre um carro de formula 1, essa análise chamada de aerodinâmica é um dos motivos para que o carro, em tão alta velocidade, tenha o contato e o atrito necessário com o chão para que ele não perca sua estabilidade no momento da corrida.

**Figura 04 – Campo de tensões em um indutor axial usando campo de pressão de uma análise de CFD.**



Fonte: Mirlisenna, 2016.

**Figura 05 – Ressonância do tipo Flutter na asa do Avião.**



Fonte: Abreu, 2016.

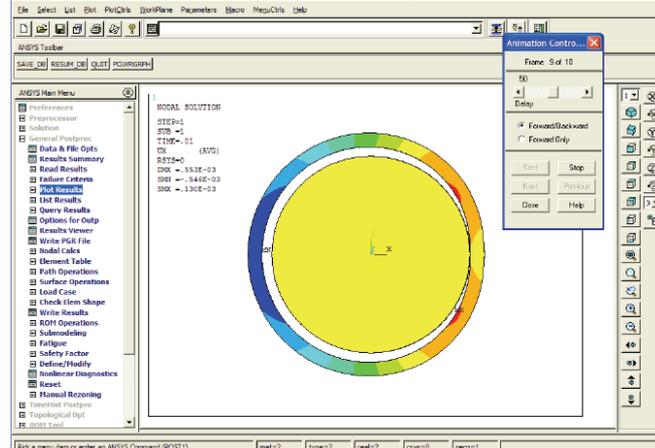
**Figura 06 – Aerodinâmica de veículo de formula 1.**



Fonte: Sauber, 2009.

A Figura 07 trata-se de um deslocamento no eixo  $y$  obtido nos resultados de uma análise na construção de um modelo que representa a ação de uma pressão exercida no interior de uma parede cilíndrica elástica.

**Figura 07 – Análise de da deformação causada por um fluido no cilindro, ANSYS.**



Fonte: Cicigliano, 2009.

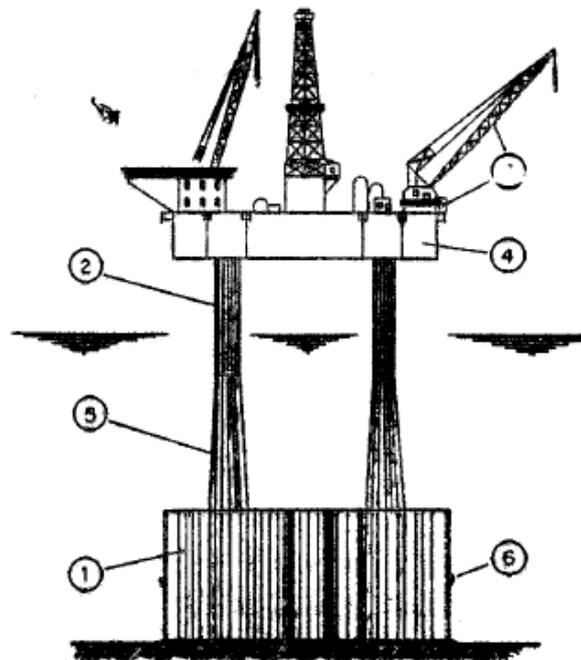
### 2.3 TRABALHOS ENVOLVENDO FLUIDO ESTRUTURA NA ENGENHARIA CIVIL

Embora venham sendo desenvolvidos várias pesquisas e trabalhos relacionados à IFE, esses trabalhos são em domínios, muitas vezes, diferentes. Por exemplo, ao mesmo tempo em que a interação pode ser estudada na engenharia civil, no acoplamento do solo e estrutura, como fez Silva (2010) ela também pode ser usada em estudos de modelagem do fluxo sanguíneo na aorta abdominal, de Feijó (2007).

Pedroso (1982) fez um estudo sobre a IFE, explicando de forma pormenorizada o comportamento de estruturas num meio fluido. O autor fez uma aplicação dos conceitos a estruturas localizadas no mar que atendessem os parâmetros de interesse, a inércia e a difração. O autor adota uma idealização estrutural a qual aplica em todas as análises realizadas no trabalho, tais como torres de inércia constante e variável, ilha artificial e plataforma *offshore* tipo gravidade.

Em função de suas características, um dos casos que Pedroso (1982) fez a análise foi a plataforma *offshore* tipo gravidade, que é uma plataforma em alto mar, afastada da costa, como mostra a Figura 08. A teoria da difração e a equação de Morison foram usadas pelo autor para computar as solicitações da onda. Através de uma análise prévia da onda, são obtidas as cargas modais.

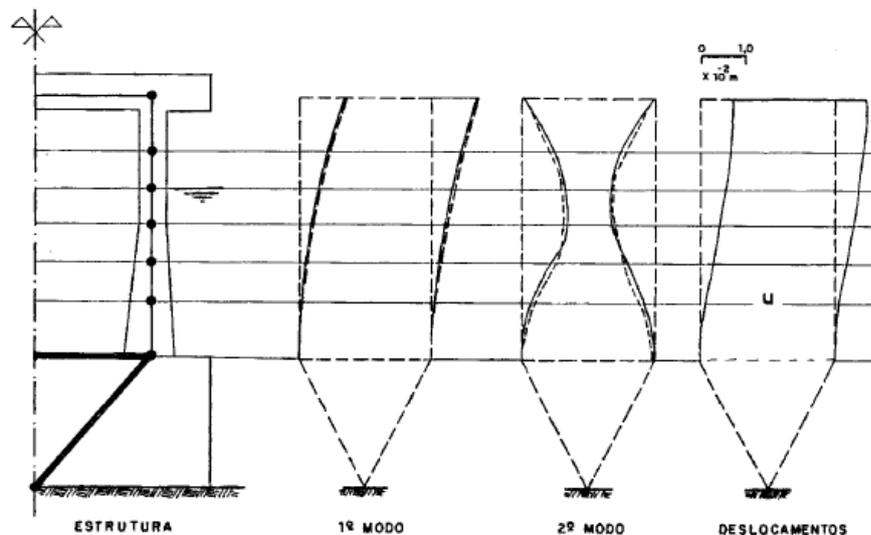
Figura 08 – Modelo típico de plataforma offshore tipo concreto gravidade.



Fonte: Pedroso, 1982.

A Figura 09 demonstra as duas primeiras formas modais e o deslocamento encontrados para a seção bidimensional da plataforma *offshore*. Entre as observações feitas por Pedroso em sua pesquisa podemos citar que a teoria da difração linear representa um potente processo para estimar as ações das ondas, o efeito da água no interior e circundante a estrutura influencia diretamente na diminuição das frequências de vibração e modifica as formas modais, ou seja, a resposta estrutura aumenta com a presença da água.

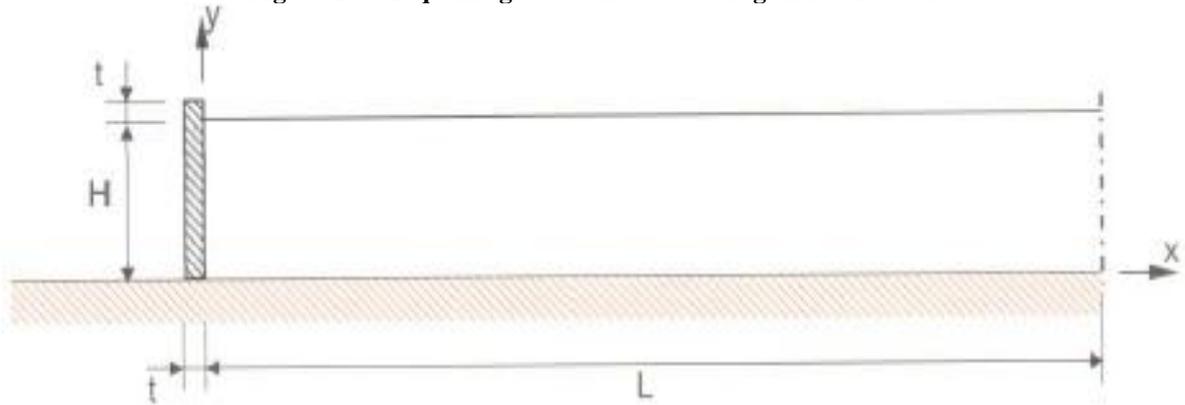
Figura 09 – Formas modais.



Fonte: Pedroso, 1982.

Morais (2000) realizou um estudo da IFE com a modelagem numérica feita pelo MEF para uma formulação Lagrangeana e Euleriana. Neste trabalho o autor estuda casos simples de problemas com pequenos deslocamentos em cavidades fluidas bidimensionais acopladas a sólidos a fim de construir um suporte conceitual e computacional para possibilitar futuras pesquisas em aplicações mais complexas. Um dos casos analisados por Moraes (2000) foi um modelo semelhante a uma barragem-reservatório, que é um sistema acoplado sólido-cavidade semi-infinita, conforme mostra a Figura 10. O autor considera o fluido numa cavidade retangular longa, com superfície livre impondo pressão nula no contorno e fundo rígido. O sólido é engastado apenas no apoio. Moraes, realiza sua pesquisa utilizando dois métodos, o analítico e o numérico, o primeiro ele encontra as frequências por meio de equações variacionais da estrutura, do fluido e do sistema acoplado e o segundo as frequências são encontradas em uma implementação computacional feita pelo autor e validada pelas equações.

Figura 10 – Esquema geral de modelo barragem-reservatório.



Fonte: Morais, 2000.

Morais (2000) fez primeiro uma análise desacoplada do fluido e da estrutura, em seguida a análise acoplada, para então fazer as comparações. Segundo ele, o acoplamento entre o fluido e a estrutura, com exceção do primeiro modo de massa adicional, não causou alterações significativamente grandes na resposta da cavidade fluida no que diz respeito as frequências encontradas, embora o sólido seja bastante rígido, conforme demonstra a Tabela 01.

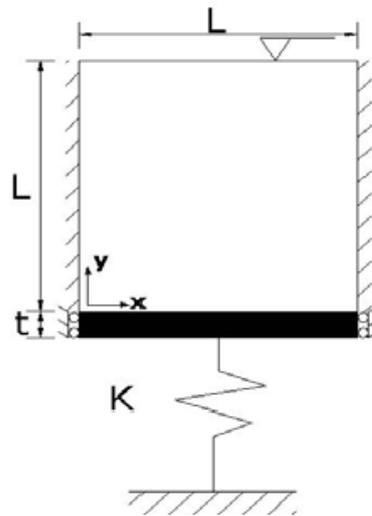
Tabela 01 – Comparativo entre os três primeiros modos do sistema desacoplado do fluido e da estrutura acoplada.

Modos acústicos desacoplados	1º modo		
	2º modo		
	3º modo		
Sistema	1º modo		
	2º modo		
	3º modo		

Fonte: Adaptado de Morais, 2000.

Souza (2007) realizou um estudo de IFE em cavidades acústicas com paredes flexíveis. O trabalho teve o objetivo de desenvolver uma metodologia capaz de identificar os modos de vibração de problemas acoplados fluido estrutura, através da análise de diversos casos. Dentre os casos realizados pode-se citar o caso 1, que se trata de um modelo de fácil observação, em que foi analisado um pistão reservatório 2D, com cavidade quadrada  $L$ , contorno aberto na extremidade superior, e na parte inferior uma placa rígida apoiada em uma mola com constante elástica  $K$ , como mostra na Figura 11.

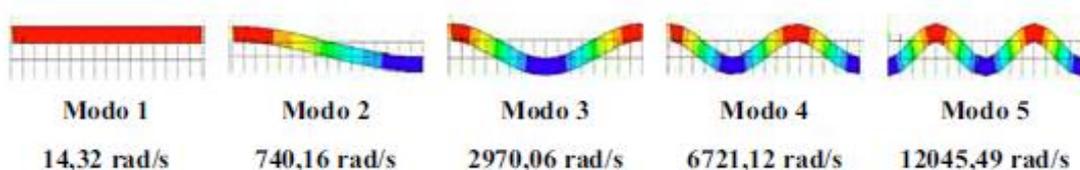
**Figura 11 – Modelo Pistão-Cavidade 2D.**



Fonte: Souza, 2007.

Souza fez a análise dos sistemas primeiro desacoplado, da estrutura e do fluido acústico, restringindo-se os graus de liberdade de deslocamento horizontal (direção  $x$ ) para a estrutura a Figura 12 representa os cinco modos de vibração da viga desacoplada obtido no *software* ANSYS.

**Figura 12 – Modos de vibração numérico da viga sobre base elástica.**

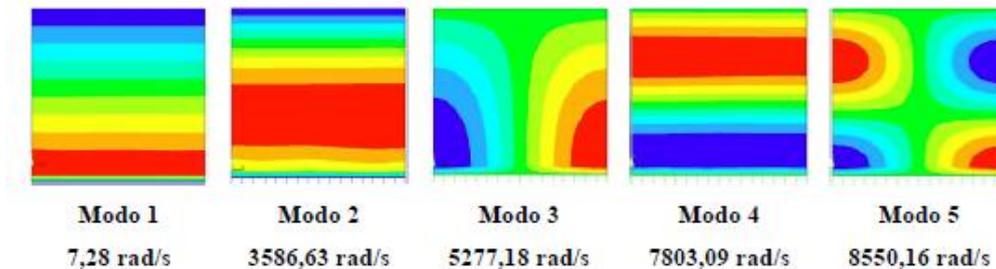


Fonte: Souza, 2007.

Após análise do sistema desacoplado, ela fez um estudo do sistema acoplado, com a interação entre o fluido e a estrutura, assim como no trabalho de Morais (2000), Souza identificou que com exceção do primeiro modo de massa adicional, a estrutura não causa

alterações relevantes na frequência encontrada para a cavidade acústica. A Figura 13 representa os modos acoplados em 2D da cavidade aberta obtida via ANSYS.

**Figura 13 – Representação 2D dos modos acoplados da cavidade aberta.**



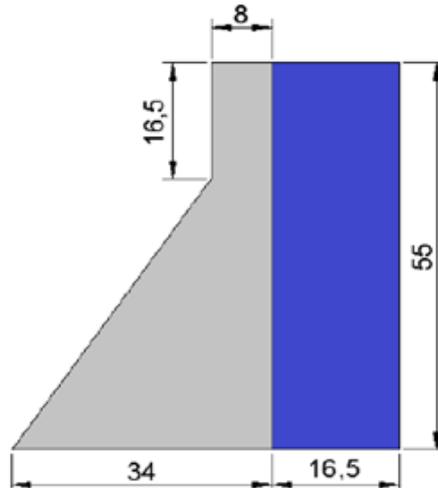
Fonte: Souza, 2007.

Segundo Souza (2007) a partir dos casos estudados, os modos acoplados são mais complexos de serem analisados, uma vez que surgem vários modos, tais como os de estrutura, cavidade ou mistos, onde uma simples representação 2D é insuficiente para uma caracterização perfeita, visto que se eliminam modos da estrutura no problema acoplado, aumentando a rigidez do sólido, e o módulo de elasticidade foi considerado alto. Quando a cavidade acústica acompanha a deformação do sólido, encontra-se o modo dominante da estrutura, quando acontece o inverso da situação em que a estrutura acompanha o campo de pressão do fluido, encontra-se o modo dominado pelo fluido, e finalmente quando apresenta características dos dois modos, são chamados modos mistos, as quais reproduzem deformadas para a estrutura e para a cavidade.

Mendes (2013) realizou um estudo de caso sobre a eclusa 1 de Tucuruí, visando fazer uma análise sísmica incluindo a interação entre as paredes da eclusa e a câmara de água. Foram utilizadas as medidas similares as da estrutura, como mostra na Figura 14, o lado direito da eclusa é simétrico ao esquerdo apresentado.

Mendes (2013) faz uma correlação com um sistema duplo-pistão-cavidade acústica a fim de que se mostre a pertinência do modelo simplificado Mendes considerou a estrutura de concreto, com material linear, elástico, homogêneo e isotrópico, e o fluido quiescente, não viscoso e compressível. A Tabela 02 demonstra as frequências naturais e os modos de vibração numérico para a análise da IFE.

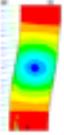
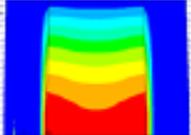
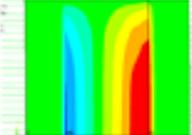
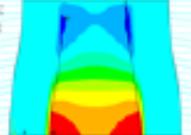
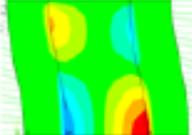
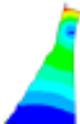
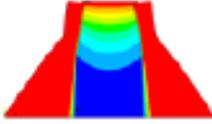
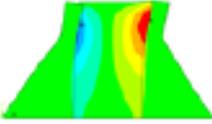
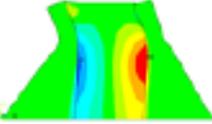
Figura 14 – Parte esquerda simétrica do sistema eclusa-tanque, representando metade do sistema.



Fonte: Mendes, (2017).

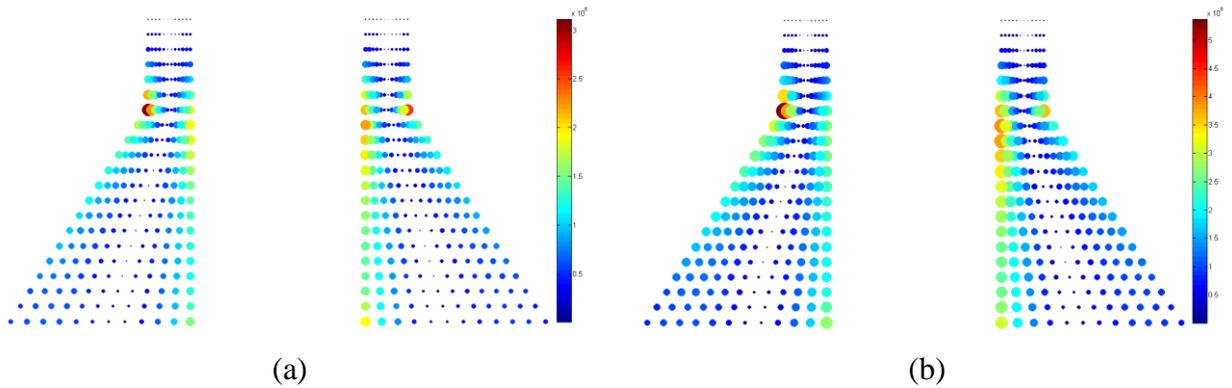
Em seguida, o autor adicionou uma solicitação sísmica à estrutura, e foi adotado o caos do terremoto de El Centro, com componente S0E. O autor encontrou valores críticos para a magnitude das tensões normais na direção vertical, sendo o valor máximo das tensões normais de tração e compressão do caso estrutural desacoplado de 311,65 kPa, e 537,13 kPa para o caso fluido estrutura acoplado, como mostrado na Figura 15. O acoplado apresentou um deslocamento, 84,8% e tensões, 72,4% maiores que o caso desacoplado. Sendo assim, a partir da análise, Mendes afirma que há um aumento significativo das respostas ao sismo quando a câmara de água da eclusa está completamente cheia, acentuando a importância de se levar em conta o cálculo acoplado na avaliação.

Tabela 02 – Frequências naturais, em Hz, e modos de vibração numéricos da Eclusa 1 de Tucuruí.

Estrutura		Fluido – Estrutura			
Modo 1	Modo 2	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
5,57	9,15	3,14	4,78	7,65	8,24
					
5,06	13,2	3,64	4,36	7,09	11,6
					

Fonte: Mendes, (2017).

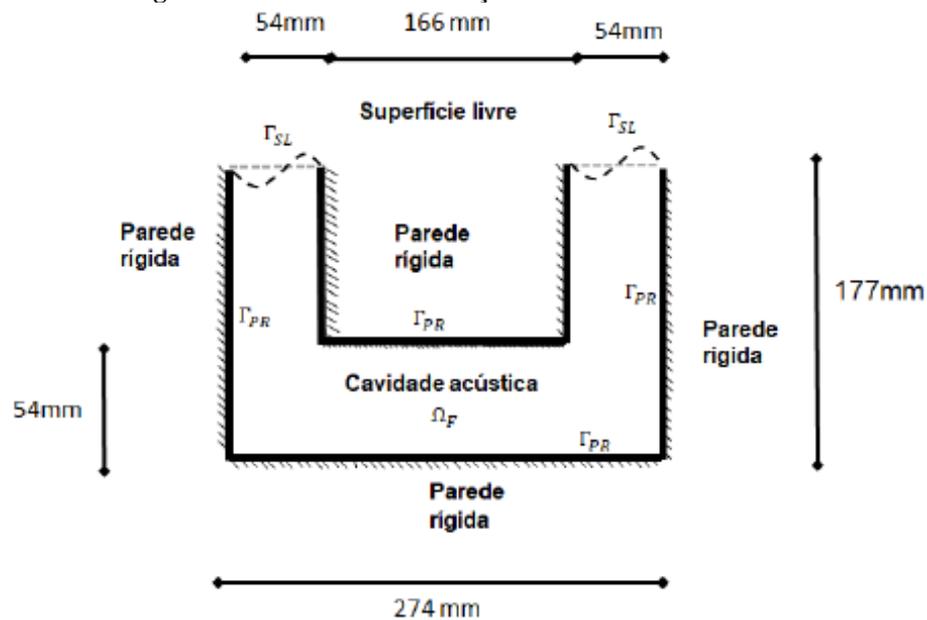
Figura 15 – Envoltória das tensões normais verticais de tração máximas nas estruturas de gravidade da eclusa para os casos (a) estrutural desacoplado e (b) fluido estrutura acoplado, em Pa.



Fonte: Mendes, (2017).

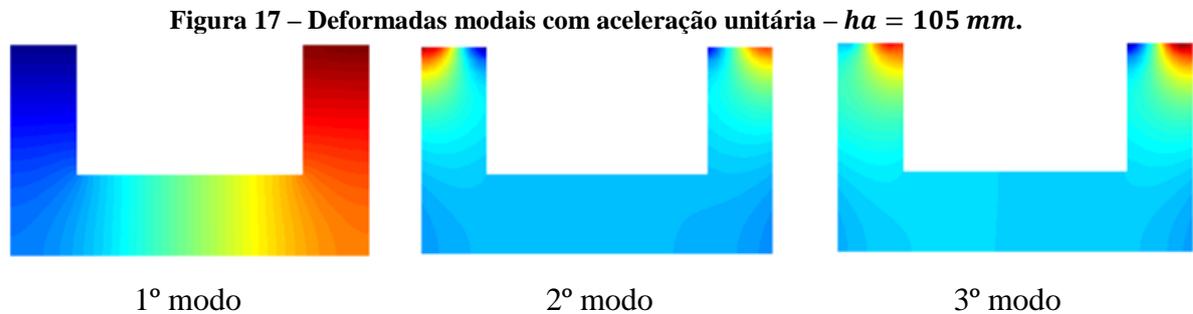
Silva (2018) teve o foco de sua pesquisa aplicado em IFE com superfície livre, onde ele estudou o efeito de *sloshing* na superfície do fluido, e um dos casos analisados foi o absorvedor líquido de coluna sintonizado, do inglês *Tuned Liquid Column Damper* (TLCD), que é uma cavidade em formato de U preenchida com água com o intuito de reduzir a resposta dinâmica da estrutura. Por conter o efeito *sloshing*, a resposta do sistema é não linear. O autor cita que o TLCD foi originalmente estudado por Alkmim (2017), que apresentou um método de otimização de um amortecedor de líquido sintonizado sujeito a ventos estocásticos. A Figura 16 apresenta as dimensões adotadas para o TLCD.

Figura 16 – Dimensões e condições de contorno do TLCD.



Fonte: Silva, 2018.

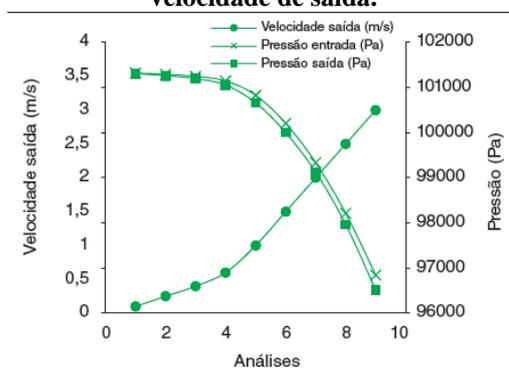
Após validação dos resultados, o sistema foi submetido a uma análise de vibração unitária, onde se avaliou as funções de resposta de frequência da estrutura e as deformadas modais das colunas de água, como mostra a Figura 17.



Fonte: Adaptado de Silva, 2018.

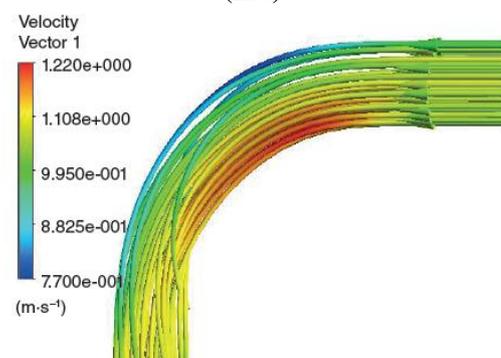
Silva, Nadai e Siqueira (2017), demonstram como utilizar simulações fluido estrutura para análise de sistemas hidráulicos de água fria residencial, a fim de determinar a velocidade do fluido na tubulação e a tensão, exercida pela pressão do fluido na parede do escoamento. Também foram estimadas as perdas de carga do sistema. Foram usados dois programas distintos no processo, o CATIA V5 para reproduzir a geometria do modelo e o ANSYS, para simulação numérica, análise fluido dinâmica e análise mecânica, respectivamente ANSYS CFX 17.2 e ANSYS *Mechanical* 17.2, subdivisões do *software* original ANSYS. A validação dos resultados se deu por técnicas numéricas, análises teóricas e métodos experimentais. Seus resultados foram satisfatórios demonstrando a variação de pressão, a perda de carga, as tensões na parede do tubo e por consequência suas deformações, assim como mostra as Figuras de 18, 19 e 20, e Tabela 03.

**Figura 18 – Variação da pressão relacionada à velocidade de saída.**



Fonte: Silva, Nadai e Siqueira, 2017.

**Figura 19 – Perfil de escoamento de velocidade (m/s).**



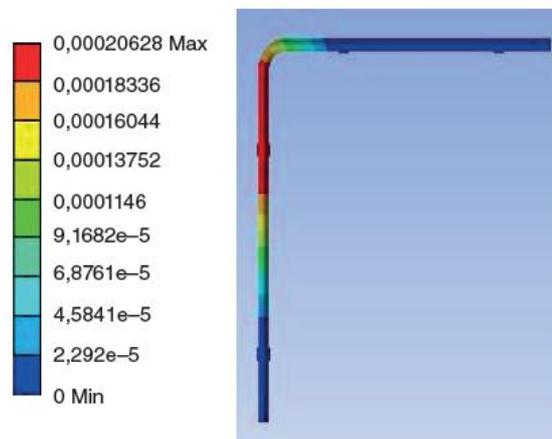
Fonte: Silva, Nadai e Siqueira, 2017.

**Tabela 03 – Tensões resultantes na parede do tubo.**

Pi (kPa)	$\sigma_a$ (MPa)	$\sigma_n$ (MPa)
150	1	0,9974
200	1,3333	1,3323
650	4,3333	4,3664
750	5	5,0409
850	5,6667	5,7156

$P_i$  = Pressão na entrada do duto;  $\sigma_a$  = Tensão analítica e  $\sigma_n$  = Tensão numérica.

Fonte: Silva, Nadai e Siqueira, 2017.

**Figura 20 – Deformação elástica nas paredes do tubo.**

Fonte: Silva, Nadai e Siqueira, 2017.

### 3 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

#### 3.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Os problemas de IFE com geometrias complicadas, cargas e materiais diversos, são muito mais complexos e árduos de serem desenvolvidos por métodos clássicos matemáticos. Esses podem dizer respeito a vibrações, tensões, fluxo de fluido, potencial eletromagnético entre outros. Estas soluções analíticas geralmente requerem soluções de equações diferenciais ordinárias ou parciais, para isso necessita-se de um método numérico confiável, que apresente soluções aceitáveis.

“Tipicamente, para o problema estrutural de análise de tensão, o engenheiro procura determinar deslocamentos e tensões em toda a estrutura, que está em equilíbrio e está sujeita a cargas aplicadas. Para muitas estruturas, é difícil determinar a distribuição da deformação usando métodos convencionais e, portanto, o método dos elementos finitos é necessariamente usado.” (LOGAN, 2007).

Segundo Teiga (2009) o MEF devido a sua flexibilidade e estabilidade numérica, pode ser usado de forma consistente e sistemática, na análise da IFE. Este método consiste basicamente em uma adaptação de métodos de aproximação já conhecidos como o Método de Ritz.

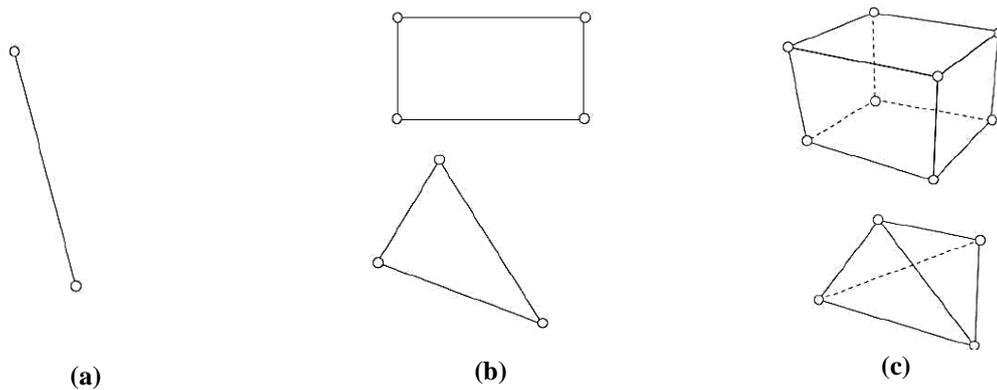
A formulação de elementos finitos de um problema resulta em um sistema de equações algébricas simultâneas para solução, em vez de equações diferenciais. Quando aplicado de forma computacional, o resultado não é completamente exato, no entanto os erros são diminuídos pelo processamento de mais equações a fim de que se obtenham resultados precisos o suficiente para fins da engenharia.

Logan (2007) relata que o MEF se originou como um método de análise de tensão na engenharia estrutural com o trabalho de Hrennikoff e McHenry na década de 1940, contudo foi em 1956, juntamente com o desenvolvimento do computador, que foi feito por Turner *et al.* o primeiro tratamento de elementos bidimensionais. Eles derivaram matrizes de rigidez para elementos bidimensionais em tensão plana e delinearam o procedimento comumente conhecido como o método de rigidez direta para obter a matriz de rigidez de estrutura total. O trabalho de Turner et al. estimulou o desenvolvimento de equações de rigidez de elementos finitos expressas em notação matricial. E então desde o início da década de 1950 foram feitos avanços na aplicação do MEF para resolver problemas complicados de engenharia.

Teiga (2009) esclarece que o MEF é feito a partir da discretização do domínio, ou seja, dividir o domínio em um conjunto de subdomínios, composto por elementos, nós e

malhas, de modo a efetuar um estudo de cada subdomínio isolado. A Figura 21 demonstra de forma clara e sucinta sobre os as dimensões que a figuras podem ter, sendo elas unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais.

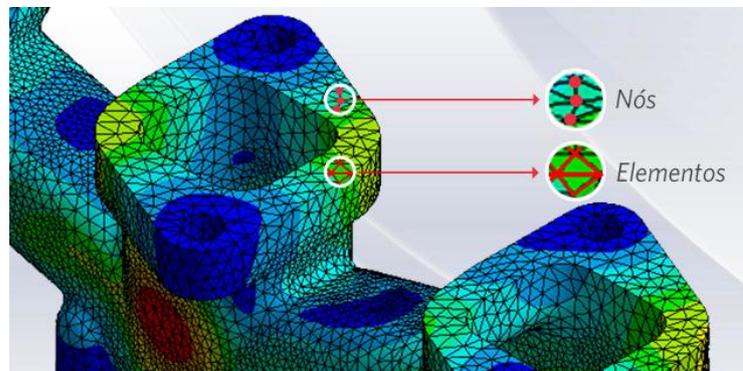
**Figura 21 – Formas Geométricas possíveis para elementos finitos. (a) unidimensionais; (b) bidimensionais; (c) tridimensionais.**



Fonte: Teiga, 2009.

Mirlisenna (2016) explica que os finitos elementos pontuados são conectados entre si por pontos chamados nós ou pontos nodais, as linhas entre um ponto e outro, são as arestas. O conjunto menor desses pontos é chamado de elementos. Ao conjunto de todos esses itens se dá o nome de malha. Vale ressaltar que a precisão do MEF depende do tamanho da malha analisada, quanto menor forem os vãos e maiores os números de nós, mais preciso será o resultado da análise. A Figura 22 demonstra a esquematização de nós e elementos, e no contexto geral da imagem pode-se analisar a malha utilizada.

**Figura 22 – Modelo tridimensional de uma discretização de método dos elementos finitos.**



Fonte: Mirlisenna, 2016.

### 3.1.1 Abordagens do MEF

Para análise do MEF, precisa-se saber que há duas abordagens diretas tradicionalmente associadas ao método:

- Força ou método da flexibilidade – usa forças internas como incógnitas do problema.
- Deslocamento ou rigidez – assume os deslocamentos dos nós como os desconhecidos do problema.

Para obter as equações governantes, no primeiro método, são usadas em primeiro lugar as equações de equilíbrio. Então, com a introdução de equações de compatibilidade são encontradas equações adicionais, resultando em um conjunto de equações algébricas para determinar as forças difusas e ou desconhecidas. Já na segunda abordagem, usam-se equações de equilíbrio e uma lei aplicável relacionando forças a deslocamentos, logo equações governantes são criadas relacionando aos deslocamentos nodais.

Ambas as abordagens, diretas, resultam em incógnitas do tipo força ou deslocamento, e matrizes associadas à flexibilidade ou rigidez para análise. Contudo, para fins computacionais, o segundo método, o dos deslocamentos, é o mais indicado por sua formulação mais simples.

Segundo Logan (2007) há mais métodos utilizado dentro do MEF, tais como o método variacional, esse inclui princípios como o teorema da energia potencial mínima que é aplicado em materiais que se comportam de maneira elástica linear, e o princípio do trabalho virtual, usado para derivar as equações governantes. O segundo princípio aplica-se mais amplamente a materiais que se comportam tanto de forma linear-elástica, como de maneira não linear.

O MEF abrange modelar a estrutura usando pequenos elementos interconectados, chamados elementos finitos, ou nós. Para cada nó estão associadas funções de deslocamento, e estes são conectados direta ou indiretamente a todos os outros elementos do meio.

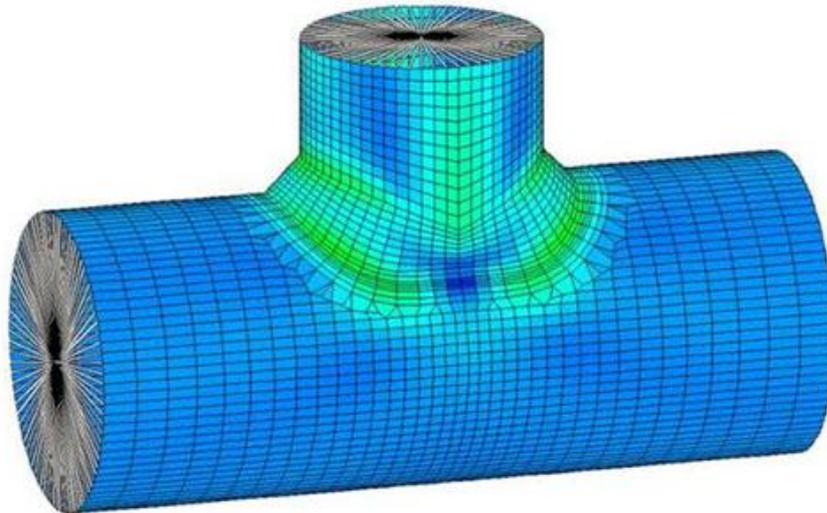
### 3.1.2 Etapas gerais

Logan (2007) formulou uma série de etapas gerais para a formulação do MEF, para problemas de engenharia.

1º- Discretização e seleção de tipos de elementos

Para modelagem o mais próximo do real, divide-se o corpo em um sistema de elementos finitos, chamados nós. O modelo deve ter o tamanho perfeito para fornecimento de resultados utilizáveis e menor esforço computacional. Quando os resultados mudam rapidamente são desejáveis elementos pequenos, contudo para os resultados relativamente constantes usam-se elementos grandes. A Figura 23 apresenta uma discretização de uma tubulação com um grande número de nós.

**Figura 23 – Tubulação analisada com maior número de nós.**



**Fonte: Palestino, 2013.**

## 2º- Selecionar uma função de deslocamento

Nesse momento o MEF é aquele em que um conjunto de funções contínuas é definida em cada domínio finito ou elemento finito, para aproximação de um modelo. Devido à facilidade de se trabalhar na formulação de elementos finitos os polinômios lineares, quadráticos e cúbicos são funções frequentemente utilizados.

Para um elemento bidimensional, a função de deslocamento é uma função das coordenadas em seu plano  $xy$ . As funções são expressas em termos das incógnitas nodais (no problema bidimensional, em termos de um componente  $x$  e  $y$ ).

## 3º- Definir as tensões/deslocamentos e relações de tensões/estresses

Estas relações são necessárias para derivar as equações para cada elemento finito. Além disso, as tensões devem estar relacionadas às tensões através da lei de tensão / tensão - geralmente chamada de lei constitutiva. A capacidade de definir o comportamento do material com precisão é mais importante na obtenção de resultados aceitáveis. A mais simples das leis de estresse / tensão, a lei de Hooke, que é frequentemente usada na análise de tensão.

#### 4º- Derivar a matriz e as equações de rigidez do elemento

Na etapa de derivação da matriz e das equações podem-se escolher entre os 4 métodos básicos seguintes, em que mais se adaptar para o estudo:

- Método de equilíbrio direto
- Métodos de trabalho ou energia
- Métodos de resíduos ponderados
- Método de Galerkin

#### 5º- Montar as equações do elemento para obter a equação global e introduzir condições de fronteira

Nessa etapa, as equações geradas na quarta etapa são reunidas nas equações de equilíbrio nodal global. Para a maioria dos problemas, a matriz de rigidez é quadrada e simétrica, esta é uma matriz singular, pois seu determinante é igual à zero. Para solucionar esta singularidade, utilizam-se as condições de contorno para que a estrutura permaneça no lugar.

#### 6º- Resolver os graus de liberdade desconhecidos

Essas equações podem ser solucionadas a partir da utilização de um método de eliminação, como o método de Gauss, ou um método iterativo, como o método de Gauss-Seidel.

#### 7º- Resolver as tensões e estresses dos elementos

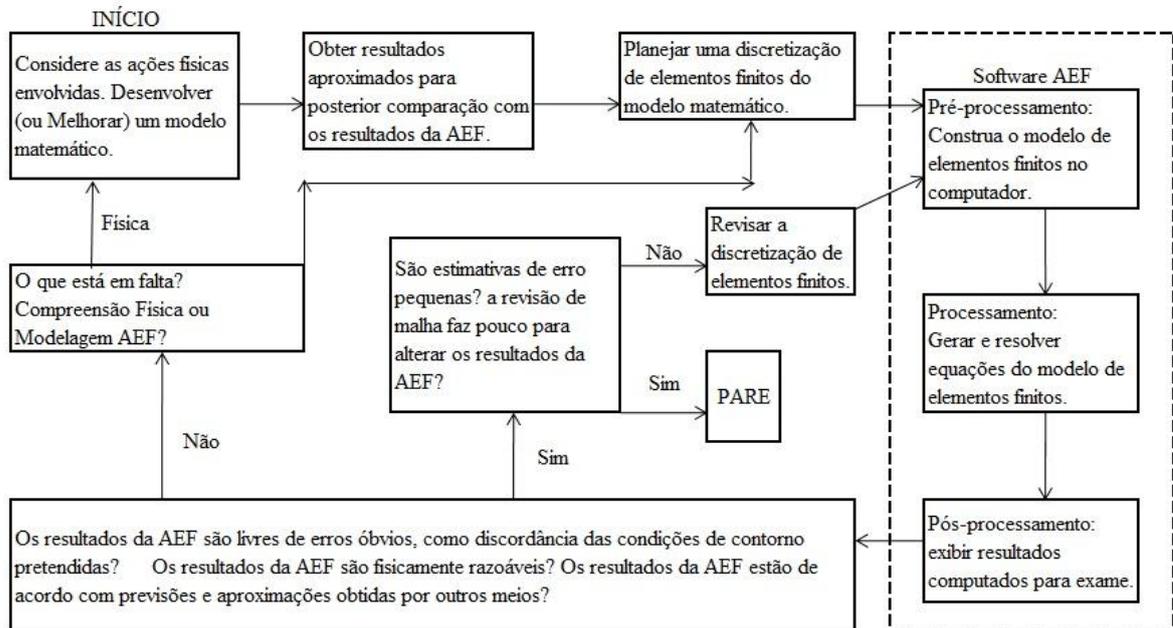
Quantidades secundárias importantes de tensão podem ser obtidas neste passo, porque podem ser expressas diretamente em termos dos deslocamentos determinado na seta etapa. As relações usadas na terceira etapa, também podem ser usadas aqui.

#### 8º- Interpretar os resultados.

Por fim, para análise de projeto e tomada de decisões, aqui se tem onde ocorrem as grandes deformações e tensões. Atualmente, *softwares* bem desenvolvidos ajudam o profissional a interpretar os resultados exibindo-os de forma gráfica.

Cook et al (2001) explica que raramente a primeira análise do fluido estrutura é satisfatória, que erros óbvios devem ser corrigidos a fim de que se evitem discrepâncias. Segundo os autores, os erros podem ser corrigidos por meio do reparo no modelo matemático ou do modelo fluido estrutura, e enquanto a discretização for julgada inadequada se passará por esses ciclos de análise. A Figura 24 demonstra o fluxo de um projeto de análise de elementos finitos (AEF) feito pelos autores.

**Figura 24 – Sequência do esboço de um projeto de análise de elementos finitos.**



Fonte: Adaptado de Cook et al, 2001.

### 3.1.3 Aplicação do MEF

O MEF pode ser aplicado a uma grande variedade de problemas, tanto em áreas estruturais, quanto as não estruturais se beneficiam do método, pois devido a sua trabalhabilidade ele se torna bastante versátil. Problemas não estruturais como transferência de calor, fluxo do fluido, distribuição de potencial elétrico e eletromagnético podem ser resolvidos tanto quanto os problemas estruturais como análise de tensões, flambagens e vibrações.

O método também pode ser utilizado, no estudo de problemas da engenharia biomecânica, que inclui coluna vertebral, crânio, articulações, implantes, coração e outros.

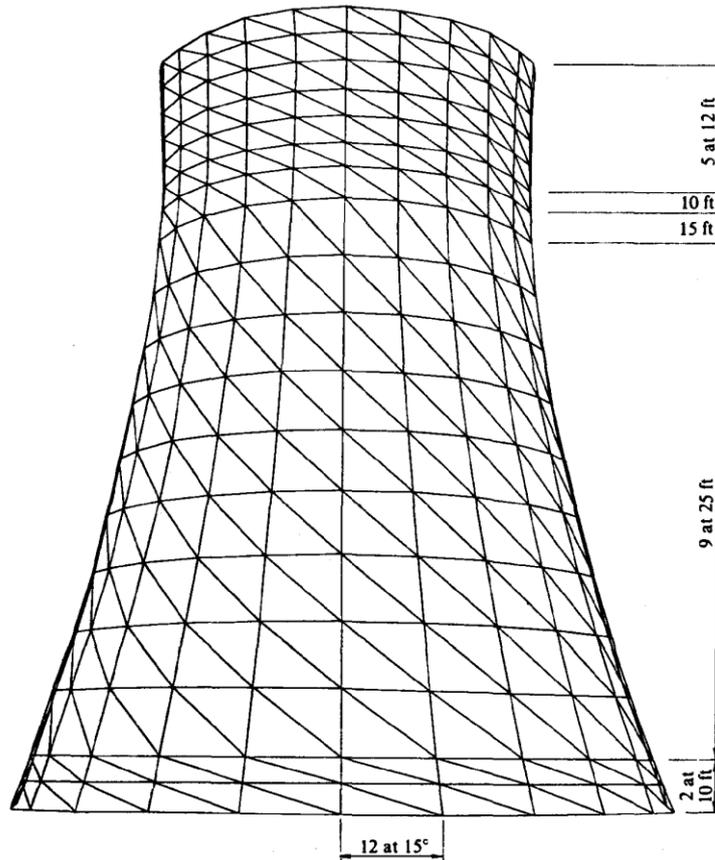
O MEF quando usado, permite que o projetista/analista obtenha rapidamente deslocamentos e tensões. Antes da evolução do computador e do método, problemas relativamente simples demoravam horas, ou até dias para serem resolvidos.

### 3.1.4 Vantagens do MEF

Como já dito, o MEF vem sendo aplicado em diversas áreas da engenharia, e assim é possível enumerar diversas vantagens para se utilizar esse método.

Na Figura 25 temos uma das vantagens obtidas se utilizando o MEF, nela é possível observar uma torre de refrigeração desenhada e contornada, a partir do método proposto, podendo a partir de aí serem estudados diversos outros fatores, como cargas e a transferência de calor.

**Figura 25 – Ilustração da idealização do MEF para uma torre de refrigeração.**



Fonte: Westin, Ribeiro, 2015.

Além da modelagem facilitada de corpos com diversas formas, tamanhos e materiais, pelo método, pode-se citar também as capacidades de:

- Lidar com capacidades de cargas
- Incluir efeitos dinâmicos
- Lidar com comportamentos não lineares de grande deformação
- Ter um número ilimitado de condições de contorno.

Com a análise a partir do MEF, o projetista é capaz de detectar diversos problemas em uma estrutura, tais como tensões, vibrações e efeitos térmicos, durante o processo de projeto, assim o protótipo é melhorado, e sua confiança aumentada. Além disso, com o uso aprimorado, é possível reduzir o número de protótipos.

### 3.1.5 Desvantagens do MEF

Diante dos conceitos estudados, pode-se definir algumas desvantagens dessa abordagem.

- Integração dos *softwares*.
- Soluções aproximadas.
- Solução limitada ao número de nós.

## 3.2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Para o estudo de interação entre o fluido e a estrutura é necessário conhecer as equações que governam cada fenômeno. Neste trabalho, devido ao uso expressivo na literatura e sua simplicidade, será adotado o modelo de fluido acústico, utilizando a descrição matemática da acústica dada pela união entre as equações de Navier-Stokes, equação da continuidade e a equação de estado generalizada para descrever a resposta acústica do fluido. Para descrever o domínio da estrutura adotou-se estado plano de tensões. Para solução das equações citadas anteriormente adotou-se a discretização do domínio usando o MEF. As equações diferenciais serão expressas em sua forma fraca usando os métodos de Galerkin e o dos resíduos ponderados para resolução da mesma dentro do domínio em estudo. Para a solução do sistema adotou-se a condição de contorno engastada e livre para a estrutura e as condições de pressão nula, superfície livre e parede rígida para o fluido acústico. Além das condições citadas anteriormente também se utilizou a condição de interface fluido estrutura usada para acoplamento dos mesmos.

Deve-se considerar na discretização que o fluido é compressível em seu interior, incompressível na superfície livre, homogêneo, inviscido, irrotacional. A pressão acústica é definida como o excesso de pressão a pressão média, em comparação com a densidade média, a alteração de densidade é pequena, e essa densidade, tanto quanto a pressão pode variar ao longo dos estudos. A Equação 01 apresenta a equação da onda generalizada apresentada por Kinsler (1999).

Assim, a Equação da onda é descrita por:

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 p'}{dt^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (01)$$

Conforme citado anteriormente a equação apresentada é escrita na forma fraca representando a equação dinâmica do fluido escrita em função do campo de pressão e a

condição de acoplamento em função do campo de deslocamento da estrutura. A Equação 02 apresenta a forma matricial desenvolvida por Pedroso (2004) e Sousa Jr. (2006).

$$[K_f]\{\bar{p}\} + [M_f]\{\ddot{\bar{p}}\} + \rho[FS]^T\{\ddot{\bar{u}}\} + [SL]\{\ddot{\bar{p}}\} = 0 \quad (02)$$

Onde:

$K_f$  é a matriz de rigidez do fluido;

$M_f$  é a matriz de massa do fluido;

$SL$  é a matriz de superfície livre;

$FS$  é a matriz de acoplamento que relaciona o fluido com o deslocamento da estrutura.

A Equação 03 representa a equação dinâmica da estrutura considerando o estado plano de tensões e as ações externas que são descritas em função do tempo apresentada por Cook (1981).

$$\nabla_s \sigma + F - \rho \ddot{u} - c \dot{u} = 0 \quad (03)$$

A equação apresentada é escrita na forma fraca representando a equação dinâmica da estrutura escrita em função do campo de deslocamento e a condição de acoplamento em função do campo de pressão do fluido. A Equação 04 apresenta a forma matricial desenvolvida por Pedroso (2004) e Sousa Jr. (2006).

$$[M_E]\{\ddot{\bar{u}}\} + [C_E]\{\dot{\bar{u}}\} + [K_E]\{\bar{u}\} - [FS]\bar{p} = F \quad (04)$$

Onde:

$K_E$  é a matriz de rigidez da estrutura;

$M_E$  é a matriz de massa da estrutura;

$C_E$  é a matriz de amortecimento da estrutura;

$F_s$  é a matriz de acoplamento que relaciona a estrutura com o campo de pressão do fluido;

$F$  representa as forças externas atuantes no sistema.

Após a montagem do sistema acoplado descrita acima dá-se o processo de resolução das equações simultaneamente, conforme apresentado na Equação 05, de acordo com o método de cálculo adotado e a análise numérica dos resultados obtidos.

$$\begin{bmatrix} [M_E] & 0 \\ \rho_F \cdot [FS]^T & [M_f] + [SL] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\bar{u}}\} \\ \{\ddot{\bar{p}}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_E] & -[FS] \\ 0 & [K_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{p}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (05)$$

Que pode ser escrito como a Equação 06:

$$M_A \ddot{\delta} + K_A \delta = F_A \quad (06)$$

Para os casos de vibração livre considera-se que os deslocamentos da estrutura e as pressões no fluido variam harmonicamente no tempo pelas Equações 07 e 08:

$$u(t) = u_0 \cos(\omega t) \quad (07)$$

$$p(t) = p_0 \cos(\omega t) \quad (08)$$

O problema descrito é um problema de autovalor, onde os autovalores representam as frequências naturais e os autovetores representam os modos de vibrar apresentado na Equação 09:

$$(-M_A \cdot \omega^2 + K_A)\delta = 0 \quad (09)$$

Onde  $\delta = \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix}$  representa o vetor de deslocamento e pressão do sistema.

### 3.3 ANÁLISE MODAL

Nobrega e Hanai (2005) definem a análise modal como um processo de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a construção de um modelo matemático do comportamento dinâmico do sistema com o objetivo de determinar fatores como as frequências naturais, parâmetros modais, modos de vibração e fatores de amortecimento modal. As frequências naturais representam o quanto a estrutura vibra quando não há força aplicada sobre ela, essa função é direta da rigidez e inversa da massa de estrutura, embora uma estrutura tenha diversas frequências naturais, a mais importante é a primeira, que é designada como fundamental. Os modos de vibração podem ser classificados como a forma que a estrutura vibra, ou seja, para cada frequência natural existe um modo de vibração específico. A propriedade interna da estrutura em dissipar a energia é chamada de amortecimento, é essa taxa que dissipará a energia cinética do movimento.

Segundo Leme (2014) a análise modal é um estudo para a determinação das propriedades dinâmicas de um sistema feito através de excitações por vibrações, sejam naturais ao sistema ou forçadas. Prazzo (2011) enfatiza que entender o comportamento do sistema é importante visto que quando essas vibrações ocorrem e esta coincide com a frequência natural do corpo, o sistema pode sofrer pequenas ou grandes deformações, ou até entrar em colapso.

Para Nunes (2001) em termo dos modos normais de vibração, a análise modal é um procedimento a qual as propriedades dinâmicas de uma estrutura elástica ou de um fluido são descritas. Para ele, é necessário desacoplar as equações de movimento do sistema (de uma estrutura ou fluido em cavidade) de forma apropriada, tal que permita as suas soluções.

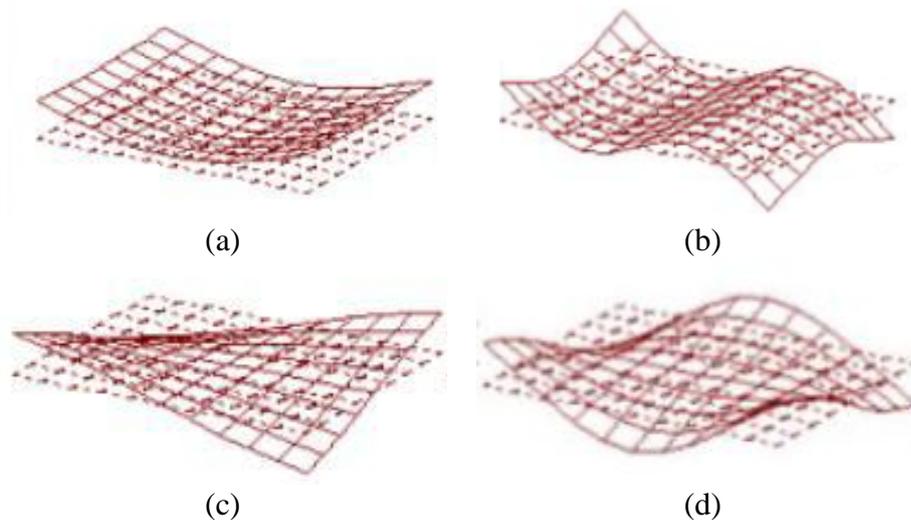
Nunes (2001) explica que considerando o caso acústico, na análise modal experimental a resposta é medida em vários pontos a partir do momento em que o fluido é

excitado. A partir dessas respostas são determinados as frequências naturais, formas modais e amortecimento. Diferentes métodos podem ser usados para extrair estes parâmetros modais, o que irá diferenciar o uso do método é o tipo do sistema. Por exemplo, para sistemas separados pode ser usado o método que utiliza uma componente imaginária em função da resposta como coordenada modal, chamado *peak picking*. Ou o método circle fit que segundo Avitabile (2005) foi uma das primeiras abordagens matemáticas para estimar tais parâmetros, o Line-fit, é baseado no fato de que uma função gerar um círculo quando representada graficamente, o método de Dobson, que é uma extensão do Line-fit, entre outros. Contudo o MEF é o método utilizado na abordagem desse estudo

Guillaume (2002) apud Prazzo (2011) explica que os modos de vibrar são propriedades inerentes de uma estrutura e são determinados pelas propriedades dos materiais e pelas condições de contorno da estrutura. Para ele existem parâmetros modais que são a frequência natural do corpo, o amortecimento modal e a forma de moda. E se qualquer um desses parâmetros mudarem, os modos também mudarão.

Segundo Leme (2014) os modos de vibração podem ser representados como modos de corpos rígidos ou flexíveis, podendo ter até modos para os corpos rígidos, sendo três de rotação e três de translação. Se excitados um ou mais modos de um corpo, muitos problemas de vibração podem ser causados ou ampliados. Os modos com baixas frequências são os modos fundamentais e recebem os nomes de primeiro e segundo modo flexional, ou primeiro ou segundo modo torcional, como mostra na Figura 26. Modos com altas frequências, por serem mais complexos não são nomeados.

**Figura 26 – Modos de corpo flexível com baixa frequência. (a) Primeiro modo flexional (b) segundo modo flexional (c) Primeiro modo torcional (d) Segundo modo torcional.**



**Fonte: Adaptado de Leme, 2014.**

Segundo Almeida (1990) é importante ter conhecimento do mecanismo comportamental de estruturas e seus componentes, pois através desse conhecimento é que se pode formular um modelo matemático o qual representará o sistema. E através da determinação das propriedades dinâmicas de uma estrutura pela identificação de seus modos de vibração é possível de se realizar uma análise modal do sistema.

Segundo Leme (2014) se a frequência é variada dentro de uma faixa preestabelecida, é possível observar a resposta de um sistema, através de um sinal de entrada senoidal obtendo o método da resposta em frequência. Esse método tem a vantagem de poder ser obtido experimentalmente sem conhecimento prévio da função da transferência.

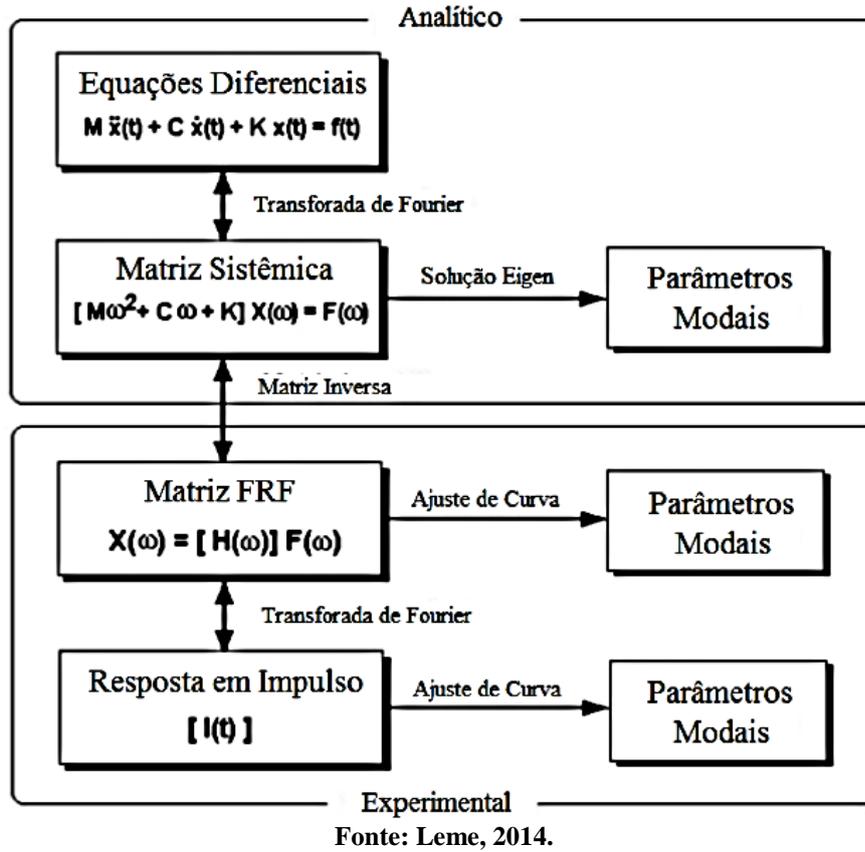
O ajuste de curvas é um dos modos de se obter os parâmetros modais, e há três requisitos mínimos para um bom algoritmo de ajuste, que são: velocidade de execução, estabilidade numérica e facilidade de uso.

Segundo Vale (2003), a determinação da resposta no tempo de uma viga sujeita a uma força transitória pode ser feita através de uma análise dinâmica. Para a análise dinâmica, as frequências naturais, com um modelo mais grosseiro trarão resultados mais concisos para o cálculo das frequências naturais do que para os modos de vibração, sendo que a precisão diminui com o aumento na ordem do modo a ser analisado, e a razão deste fato é que as formas dos modos se tornam mais complexas quando as frequências naturais aumentam.

Os parâmetros modais podem ser obtidos analiticamente ou experimentalmente, explica Schwarz (1999), ambos utilizando o MEF. A Figura 27 demonstra como chegar aos parâmetros modais, de forma esquematizada, tanto para o meio analítico, quanto para o experimental.

Sendo assim, o mesmo modelo pode ser utilizado em ambas às análises, estática e dinâmica, diferenciando-se apenas na discretização em nós e elementos. Vale (2003) aplica uma regra prática de que “o número de elementos na direção modal deve ser no mínimo duas vezes o número de modos de vibrações de interesse na análise.”.

Figura 27 – Modos de obtenção dos parâmetros modais.

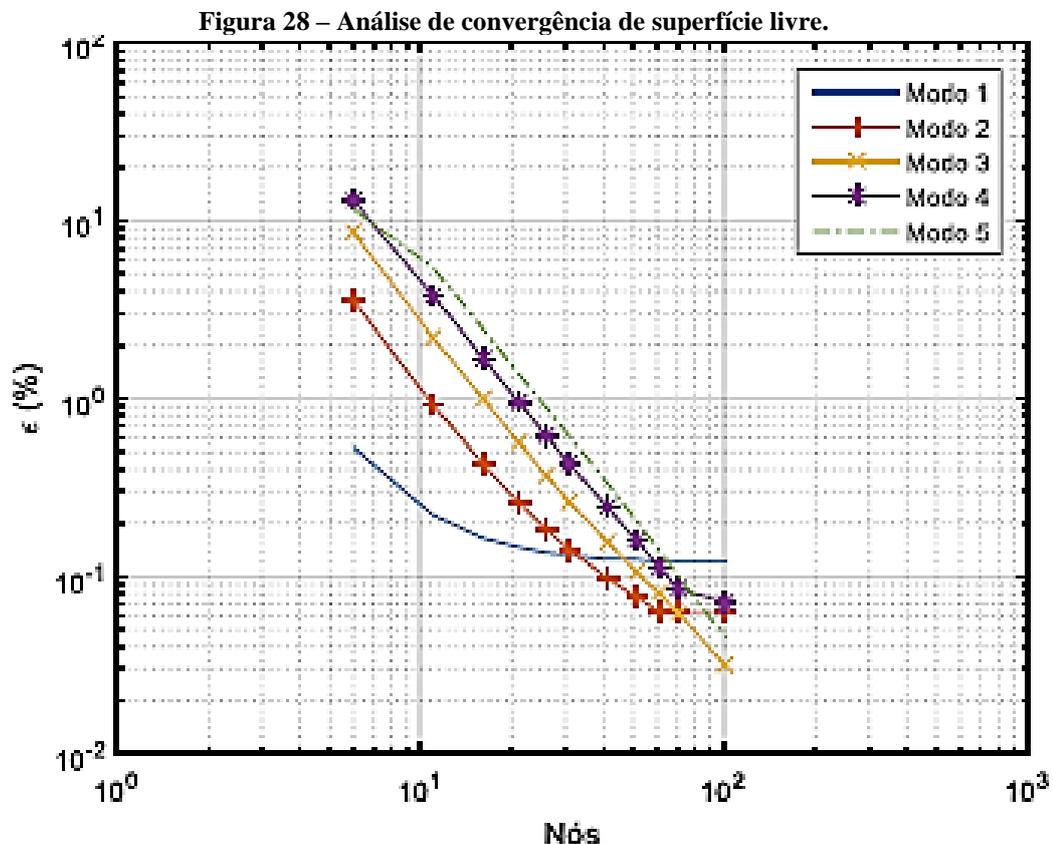


## 4 METODOLOGIA APLICADA NOS ESTUDOS DE CASO

### 4.1 ANSYS

O *software* escolhido para desenvolvimento do trabalho é o ANSYS V19.0 *student license*, um programa comercial que utiliza o MEF para diversos tipos de análise, tais como: eletromagnéticas, estruturais, térmicas ou de fluidos. A característica principal deste *software* é a facilidade e a agilidade na avaliação de problemas acoplados e desacoplados representando as formas modais da estrutura e do fluido.

Toda a modelagem realizada no trabalho foi feita no ANSYS *Mechanical APDL v19.0 student license*, o mesmo possui uma limitação de 32 mil nós, contudo este é o ponto em que já se obtém resultados convergidos, ou seja, os resultados apresentam menor índice de erros, conforme mostra a Figura 28 onde Silva (2018) fez uma análise das malhas, observando que a medida em que a malha cresce a porcentagem de erro relativo entre os resultados de frequência natural diminui, até o momento em que não haverá mais variação.



Fonte: Silva, 2018.

### 4.1.1 Modelagem dos sistemas acoplados e desacoplados – Passo a passo

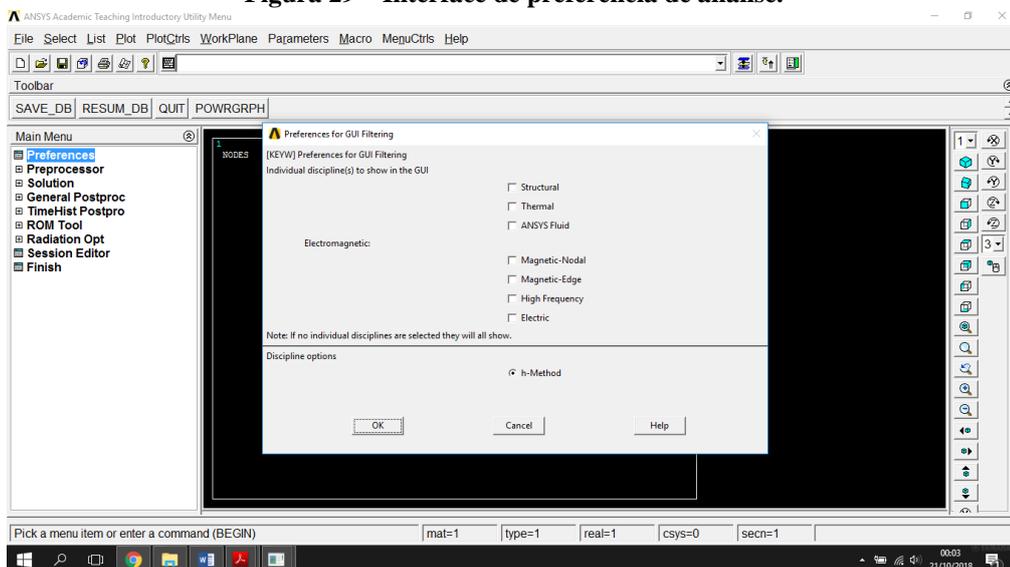
A modelagem dos sistemas estudados estará dividida basicamente em três etapas:

- 1º- Pré-processamento – Fase inicial da modelagem, onde são estabelecidos os materiais utilizados e suas propriedades, a geometria e a malha utilizada. É também neste momento em que se definem as condições de contorno e se aplica cargas (ferramenta também presente no segundo passo).
- 2º- Solução – Etapa em que se oferecem comandos ao *software* para definição de parâmetros, restrições, aplicação de forças, pressões, velocidades do fluido e outras propriedades.
- 3º- Pós-processamento – Última parte, responsável pela apresentação de resultados. Essa etapa permite a análise e visualização de resultados, tais como diagramas de tensão, deformação ou flexão, listagem de deslocamentos nodais, frequências da estrutura ou qualquer outra variável de análise.

#### 4.1.1.1 Pré-processamento

O primeiro passo a ser realizado no *software* é o comando das preferências acerca do tipo de análise que será realizada. Para problemas desacoplados da estrutura, tem-se a opção Structural, para o desacoplado do fluido, ANSYS *Fluid*, e para os sistemas acoplados seleciona ambas as opções, como mostra a Figura 29.

**Figura 29 – Interface de preferência de análise.**



Fonte: Print screen do software ANSYS V19.0 student License, 2018.

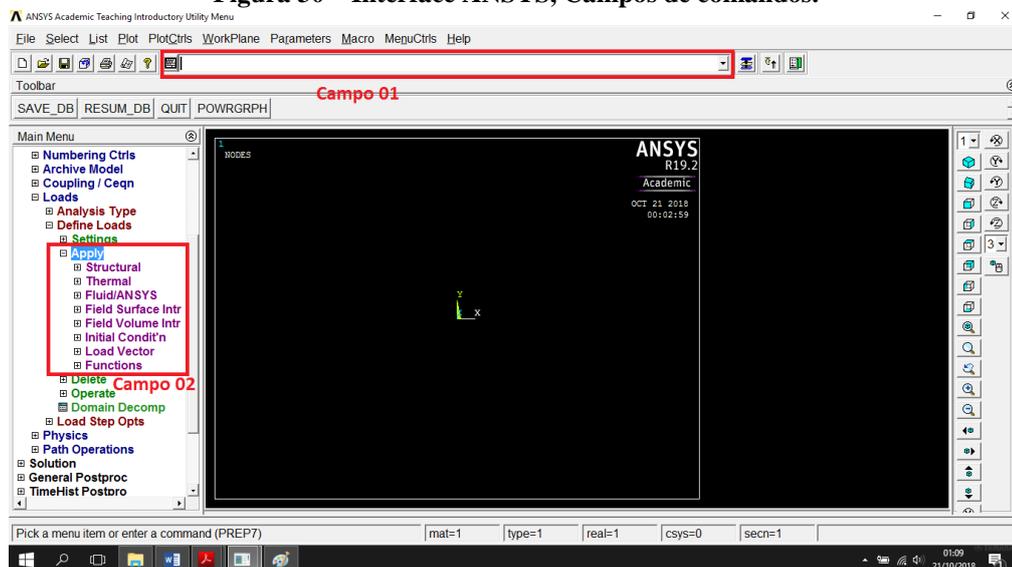
Posteriormente, os elementos escolhidos para modelagem dos sólidos e dos elementos fluido acústicos foram respectivamente, PLANE 42 e FLUID 29. Segundo Silva (2018), o PLANE 42 é um elemento sólido usado para simular o estado plano de tensões adotado que possui 4 nós e dois graus de liberdade por nó e deslocamento em x y e o FLUID 29 é um elemento usado para modelar o fluido acústico, tendo três ou quatro nós com três graus de liberdade por nó, deslocamento xy e pressão. Então são adicionadas as propriedades para cada material, tais como modulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, velocidade do fluido e outros.

Segue-se então para a modelagem do sistema, passo onde é feita a geometria, criando pontos, linhas e áreas, seguindo da definição da malha a ser utilizada. Nestes passos há uma necessidade especial de atenção, pois o programa obedece a uma ordem de análise dada nos comandos de modelagem da geometria e estes comandos devem ser dados cautelosamente.

#### 4.1.1.2 Solução

Com a geometria e a malha definida para análise, inicia-se a fase de definições de restrições, condições, propriedades específicas, aplicação de forças, pressões e velocidades, número de interações. A Figura 30 mostra a interface do *software*, onde no campo 01 podem dados comandos por meios de atalhos, como o da gravidade (ACEL, 0, 9.81,0) e no campo 02 são aplicados outros comandos, tais como restrições de movimento da estrutura ou superfície livre para o fluido.

**Figura 30 – Interface ANSYS, Campos de comandos.**



Fonte: Print screen do software ANSYS V19.0 student License, 2018.

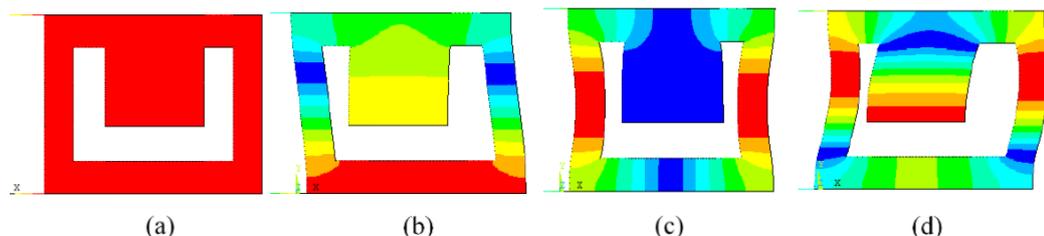
#### 4.1.1.3 Pós-Processamento

Aqui se encontra as opções para análise e visualização de resultados processados nos passos anteriores. É neste passo que se oferece as visualizações das deformações, deslocamentos modais e frequências do sistema analisado no estudo. Para validação dos resultados obtidos no *software*, será feita uma análise modal por meio de equações analíticas comparando os resultados das frequências naturais e modos de vibração com os resultados do código computacional.

A extração dos modos foi feita pelos métodos numéricos *Subspace* e o *Unsymmetric*. Mendes (2013) explica que o *Subspace* é um método utilizado para determinação de autovalores e auto vetores associados a matrizes simétricas, como nos casos das análises modais da estrutura e do fluido desacoplados, sendo altamente preciso porque utiliza as matrizes de rigidez e massa completos e o *Unsymmetric* é um método que também utiliza matrizes completas, porém destina-se a problemas assimétricos, sendo usado na análise do problema acoplado.

A Figura 31 demonstra as formas modais, obtidas no *software* ANSYS, encontradas por Silva (2018) na análise da estrutura desacoplada de um absorvedor líquido de coluna sintonizado (TLCD).

**Figura 31 – Formas modais da estrutura desacoplada obtidas no ANSYS. (a) 1º modo (b) 2º modo (c) 3º modo (d) 4º modo.**



**Fonte: Silva, 2018.**

## 4.2 EQUAÇÕES ANALÍTICAS PARA VALIDAÇÕES

Para validação dos sistemas, as análises serão feitas de formas diferentes, primeiro será a desacoplada, simulando assim somente a estrutura e logo em seguida o fluido, em seguida será feita a análise acoplada. Os resultados encontrados pelo método analítico serão comparados com os resultados numéricos obtidos pelo *software* ANSYS V19.0, então será feita uma porcentagem de erro para saber a discrepância entre os dois métodos.

Para as análises, tanto dos sistemas desacoplados a estrutura e do fluido, quanto para os acoplados serão utilizadas as formulações apresentadas por Pedroso (2006) apud Silva (2018).

#### 4.2.1 Solução desacoplada da estrutura

A determinação da frequência natural da viga engastada livre é determinada através da Equação 10, contudo ela depende das equações de frequência de vigas com deformação de cisalhamento e flexão, respectivamente  $\omega_c$  e  $\omega_f$  podem ser obtidas por intermédio de equações específicas 11 e 12. A frequência natural axial de uma viga engastada é dada pela Equação 13.

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_c^2} + \frac{1}{\omega_f^2} \quad (10)$$

$$\omega_c = \frac{\lambda_{ic}}{2\pi L} \sqrt{\frac{KG}{\rho}} \quad (11)$$

$$\omega_f = \frac{\lambda_{if}^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}}} \quad (12)$$

$$\omega_A = \frac{\lambda_{iA}}{2\pi L} \sqrt{\frac{EA}{\bar{m}}} \quad (13)$$

Sendo que:

- $\lambda_{ic}$ ,  $\lambda_{if}$  e  $\lambda_{iA}$  são coeficientes adimensionais, respectivamente Equações 14, 15 e 16.

$$\lambda_{ic} = \frac{(2i-1)\pi}{2} \quad i = 0,1,2,3,4 \dots \quad (14)$$

$$\lambda_{if} = [1,8751 \ 4,6340 \ 7,8548 \ 10,9955 \ 14,1371 \ \frac{(2i-1)\pi}{2}] \quad (15)$$

$$i \geq 5$$

$$\lambda_{iA} = \frac{(2i-1)\pi}{2} \quad i = 0,1,2,3,4 \dots \quad (16)$$

- $K$  representa o coeficiente de cisalhamento, Equação 17;

$$K = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu} \quad (17)$$

- $G$  é o modulo de elasticidade transversal, Equação 18;

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (18)$$

- $\rho$  representa a densidade do material;

- E é o modulo de elasticidade;
- I é o momento de inercia da seção transversal;
- A é a área da seção transversal;
- L é o comprimento;
- $\bar{m}$  é a massa por unidade de comprimento da estrutura;

#### 4.2.2 Solução desacoplada do fluido

Para o estudo do fluido desacoplado serão feitas duas análises, uma para a superfície livre do fluido onde ocorre o efeito de *sloshing*, e uma para a cavidade acústica onde a pressão exercida sobre o fluido é nula.

Para análise do fluido desacoplado do caso 1 são utilizadas as equações 17, 18, 19 e 20, apresentada por Pedroso (1994) apud Silva (2018). A cavidade é entendida como a composição de duas cavidades 1D, aberta-fechada na direção y e fechada-fechada na direção x.

- Cavidade aberta - fechada

Na condição de contorno aberta-fechada a pressão p1 é nula e a vazão mássica q2 é nula, assim encontra-se a fórmula para determinação da frequência representada pela Equação 19.

$$\omega_x = \frac{c}{L} \pi \left( i + \frac{1}{2} \right) \quad (19)$$

Onde  $i$  é o número de modos = 0,1,2,3,4 ...

- Cavidade fechada - fechada

Na condição de contorno fechada – fechada a vazão acústica que é nula, considera-se q1 e q2 nulos, assim se obtém uma matriz de transferência que após resolvido o sistema tem-se a Equação 20 de frequência.

$$\omega_y = \frac{i\pi c}{L} \quad (20)$$

As frequências naturais para a cavidade 2D é determinada pela raiz quadrada de  $\omega_x$  e  $\omega_y$ , ambos os termos elevados ao quadrado, como mostra a Equação 21.

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad (21)$$

A frequência da superfície líquida livre, onde ocorre o efeito de *sloshing* é dada pela Equação 22 a seguir:

$$\omega_{sl}^2 = \frac{i \cdot \pi}{2L} \cdot g \cdot \tanh\left(\frac{i\pi H}{2L}\right) \quad (22)$$

### 4.2.3 Solução acoplada do fluido- estrutura

Para análise do sistema acoplado é usado a composição de duas cavidades 1D, na direção x pistão-pistão e na direção y cavidade aberta-fechada, respectivamente, Equações 23 e 24.

$$\left[ \frac{\omega_x^2 L^2 m_e}{c^2} - \frac{\omega_x L}{c} \left( \cot \frac{\omega_x L}{c} \mp \operatorname{cosec} \frac{\omega_x L}{c} \right) \right] = K \frac{1}{\rho c^2 S} \quad (23)$$

$$\omega_y = \frac{c \cdot \pi \cdot (j + 0.5)}{H} \quad (24)$$

O primeiro modo da massa adicional deve ser calculado pela Equação 25.

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K}{m_e + \frac{m_f}{2}}} \quad (25)$$

A partir das equações realizadas, as frequências naturais para cavidade 2D são dadas pela Equação 26.

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad (26)$$

### 4.3 ERRO RELATIVO

Para a comparação entre os dois métodos adotados, o numérico computacional e o analítico, encontra-se o erro relativo entre os dois modos, para isso utiliza-se a Equação 27.

$$\varepsilon = \left| \frac{\text{frequência analítica} - \text{frequência numérica}}{\text{frequência numérica}} \right| \cdot 100 \quad (27)$$

## 5 ESTUDOS DE CASO

Neste capítulo são modelados alguns casos de acoplamento de cavidades fluidas acústicas bidimensionais e sólidos elásticos lineares. O estudo apresentará os resultados numéricos obtidos no *software* ANSYS *Mechanical APDL v19.0 student license* para os casos desacoplados e acoplados.

O caso 1 foi o exemplo escolhido para validação dos sistemas, será feita a modelagem assim como nos outros casos, contudo neste caso serão utilizadas as equações analíticas para que seus resultados possam ser comparados aos numéricos. Com o caso 1 validado, serão feitas as análises dos casos 2 a 4 apresentando os resultados numéricos.

Os casos 2 e 3 apresentam um sistema acoplado numa cavidade bidimensional com a condição de contorno aberta na extremidade superior representando as eclusas 1 e 2 de Tucuruí.

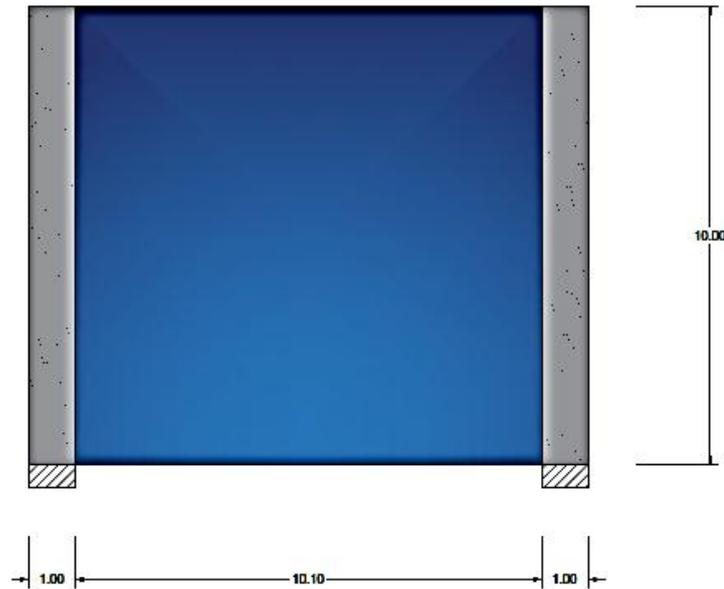
O caso 4 trata-se de um conduto fechado livre, que embora seja uma estrutura fechada, a cavidade acústica também possui condição de contorno aberta na extremidade superior por ser um conduto de água onde existe uma superfície livre onde atua a pressão atmosférica.

### 5.1 CASO 1 – CAVIDADE QUADRADA COM SUPERFÍCIE LIVRE

O primeiro caso trata-se de um modelo de sistema acoplado fluido estrutura semelhante ao sistema do Canal do Panamá como mostra a Figura 32. A estrutura sólida é engastada no apoio e a parte superior é livre. O fluido é uma cavidade quadrada que foi acrescida de 0,1 m para simulação, visto que o *software* ANSYS possui uma limitação em resolver cavidades perfeitamente quadradas. A cavidade do fluido possui fundo e lateral com pressão nula e superfície livre, ora analisada com pressão 0, outra aplicada superfície livre onde acontece o efeito de *sloshing*.

Inicialmente é feito o estudo analítico do sistema e em seguida o numérico usando o ANSYS, comparando os dois resultados obtidos para fim de validação do *software*. Com o intuito de validar o caso os resultados encontrados na análise numérica devem ser próximos dos resultados encontrados pelas equações analíticas.

Figura 32 – Representação esquemática do modelo 2D acoplado fluido estrutura.



Fonte: Própria autora, 2018.

Para a solução do problema foi adotado as seguintes propriedades físicas:

- Estrutura:
  - Material – Aço;
  - Densidade – 7800 kg/m<sup>3</sup>;
  - Módulo de elasticidade – 211 GPa;
  - Coeficiente de Poisson – 0,3;
  - Estado plano de tensão.
- Fluido:
  - Densidade – 1000 kg/m<sup>3</sup>;
  - Velocidade do som no fluido – 1500 m/s.

### 5.1.1 Desacoplado estrutura

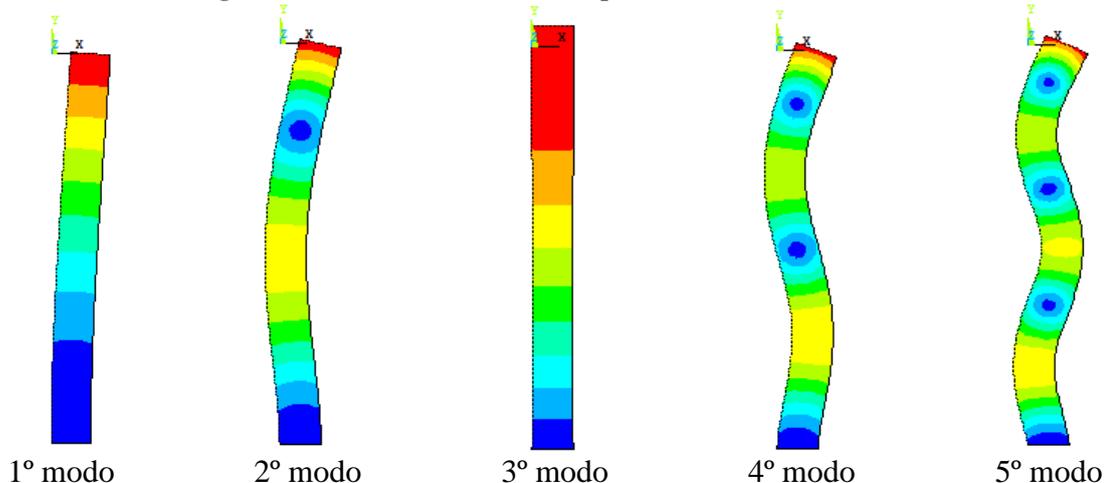
A Tabela 04 apresenta um comparativo entre as frequências numéricas obtidas pelo *software* e as analíticas por meio das equações para uma viga engastada livre. Os valores analíticos são obtidos por meio das Equações 10, 11 e 12. Para o modo 3, que representa um modo axial, é utilizada a Equação 13. A tabela também expõe o erro relativo que em comparação entre ambos os métodos o máximo foi de 4,92%, tal discrepância se dá ao refinamento da malha de elementos finitos.

**Tabela 04 – Frequências numéricas e analíticas da estrutura desacoplada.**

Modo	Método numérico	Método analítico	Erro (%)
	Frequência (Rad/s)	Frequência (Rad/s)	
1	52,44	52,45	0,01
2	314,77	321,97	2,28
3	818,00	816,98	0,12
4	829,69	861,06	3,64
5	1508,91	1587,02	4,92

Fonte: Própria autora, 2018.

A Figura 33 apresenta as cinco primeiras formas modais da estrutura desacoplada extraídas do ANSYS. Os modos da estrutura são divididos em modo flexional e modo axial. Observa-se que o modo 3 apresenta uma deformação tracional caracterizando um modo axial, enquanto os outros modos tiveram deformações laterais, assim chamada de modos de flexão.

**Figura 33 – Formas modais das frequências obtidas via ANSYS.**

Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.1.2 Desacoplado Fluido

Para análise do fluido desacoplado cavidade, além da análise numérica feita pelo software, são utilizadas as Equações analíticas 19, 20 e 21. O comparativo entre os dois métodos de análise feitos é apresentado na Tabela 05, o método analítico quando comparado ao numérico apresentou um erro relativo máximo de 0,92% demonstrando que o processo de resolução adotado no presente trabalho está em concordância com a literatura e os fenômenos estudados.

O efeito de *sloshing* é considerado no fluido e analisado em sua forma desacoplada a fim de saber quais são as frequências do fluido. A equação analítica utilizada para determinação das frequências da superfície livre é a 22. A Tabela 06 apresenta o comparativo entre o método numérico e o analítico para a superfície livre, a Tabela 08 representa as frequências obtidas para cavidade acústica.

**Tabela 05 – Frequências numéricas e analíticas do fluido desacoplado considerando o efeito de sloshing.**

Modo	Método numérico	Método analítico	Erro (%)
	Frequência (Rad/s)	Frequência (Rad/s)	
1	1,72	1,74	1,00
2	2,47	2,47	0,01
3	3,02	3,02	0,04
4	3,49	3,49	0,06
5	3,91	3,91	0,05

Fonte: Própria autora, 2018.

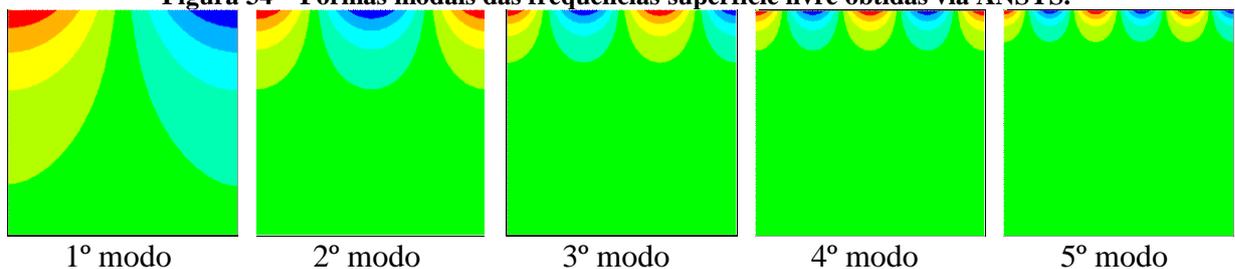
**Tabela 06 – Frequências numéricas e analíticas do fluido desacoplado cavidade.**

Modo	Método numérico	Método analítico	Erro (%)
	Frequência (Rad/s)	Frequência (Rad/s)	
1	235,62	235,61	0,00
2	522,71	526,86	0,79
3	706,92	706,85	0,01
4	847,03	849,53	0,29
5	962,58	971,48	0,92

Fonte: Própria autora, 2018.

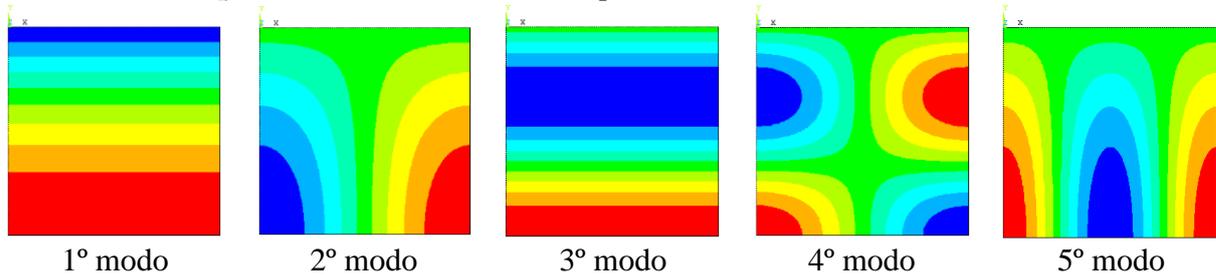
As formas modais do fluido desacoplado com efeito de *sloshing* na superfície são apresentadas na Figura 34 e a Figura 35 representa as formas modais para o fluido cavidade.

**Figura 34 – Formas modais das frequências superfície livre obtidas via ANSYS.**



Fonte: Própria autora, 2018.

**Figura 35 – Formas modais das frequências cavidade obtidas via ANSYS.**



Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.1.3 Acoplado Fluido Estrutura

Como dito anteriormente, a solução analítica para o sistema acoplado fluido estrutura se dá por meio da combinação de algumas equações. A cavidade acústica é entendida como uma composição de duas cavidades 1D, na direção xy, representada pelas equações 24, 25 e 26. As frequências naturais analíticas e numéricas obtidas são apresentadas na Tabela 07.

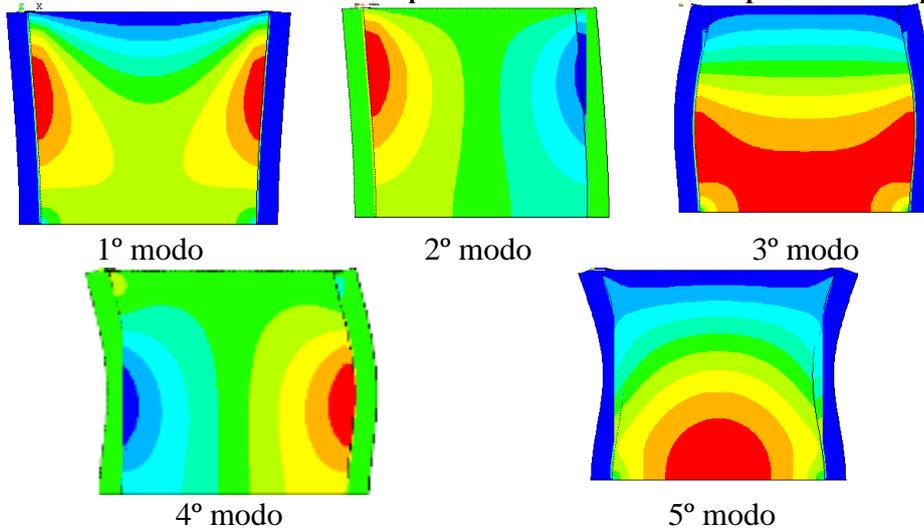
**Tabela 07 – Frequências numéricas e analíticas do sistema acoplado com pressão 0.**

Modo	Método numérico	Método analítico	Erro (%)
	Frequência (Rad/s)	Frequência (Rad/s)	
1	45,17	43,50	3,85
2	46,87	43,58	7,55
3	234,99	213,20	10,22
4	275,20	237,30	15,97
5	370,77	316,03	17,32

Fonte: Própria autora, 2018.

As cinco primeiras formas modais do sistema acoplado com pressão 0 sobre o fluido são apresentadas na Figura 36.

**Figura 36 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – pressão 0.**



Fonte: Própria autora, 2018.

#### 5.1.4 Acoplado Fluido Estrutura – *Sloshing*

O efeito de *sloshing* considerado anteriormente de forma desacoplada, agora é analisado acoplado, a partir desse estudo se observa a pressão que o fluido exerce na estrutura. A Tabela 08 representa os valores numéricos e analíticos encontrados para esse acoplamento com superfície livre e a tabela 09 apresenta os resultados de frequências para a cavidade acústica.

**Tabela 08 – Frequências numéricas e analíticas do sistema acoplado com pressão 0.**

Modo	Método analítico	Método Numérico	Erro (%)
	Frequência (Rad/s)	Frequência (Rad/s)	
1	1,74	1,75	0,27
2	2,47	2,48	0,38
3	3,02	3,04	0,44
4	3,49	3,51	0,40
5	3,91	3,92	0,25

Fonte: Própria autora, 2018.

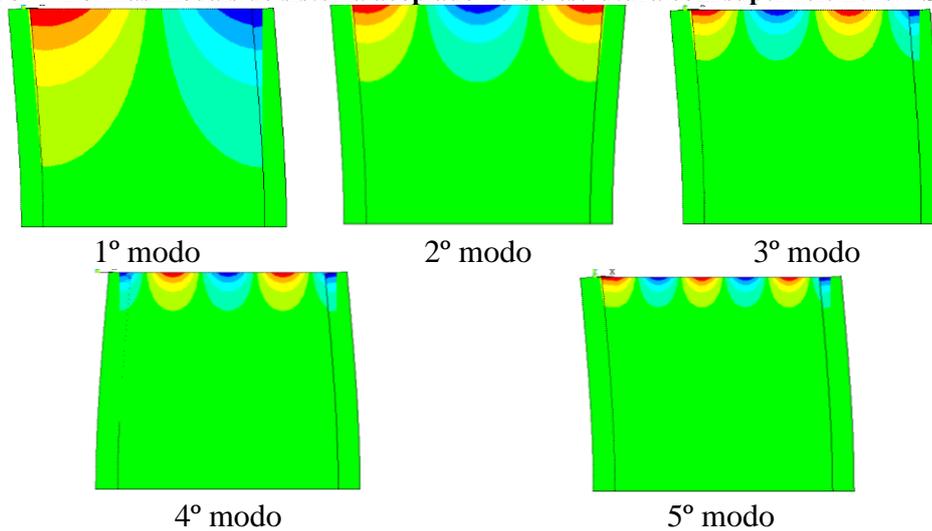
**Tabela 09 – Frequências numéricas e analíticas do sistema acoplado cavidade.**

Modo	Método Numérico	Método analítico	Erro (%)
	Frequência (Rad/s)	Frequência (Rad/s)	
1	45,17	45,17	3,85
2	46,93	46,87	7,55
3	234,99	234,99	10,22
4	275,20	275,20	15,97
5	370,77	370,77	17,32

Fonte: Própria autora, 2018.

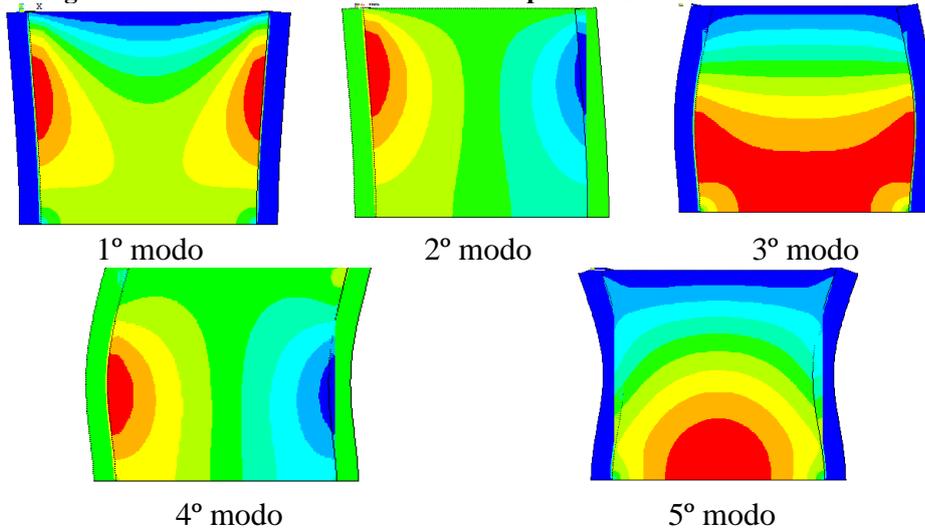
Nota-se que a porcentagem de erro entre os dois métodos na superfície livre é muito baixa, sendo inferior a 1%, sendo considerada uma boa margem. A Figura 37 demonstra as formas modais da estrutura acoplada com superfície livre, e a Figura 38 representa as formas modais da cavidade acústica.

Ao observar as frequências naturais para os casos com e sem superfície livre constata-se que a superfície livre não interfere nas frequências de cavidade. A superfície livre é desacoplada do sistema.

**Figura 37 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – Sloshing.**

Fonte: Própria autora, 2018.

**Figura 38 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura – cavidade.**



Fonte: Própria autora, 2018.

Uma análise importante para projetos é definir os modos dominantes em cada frequência com o intuito de compreender o comportamento do sistema acoplado. Os modos são classificados em modos de massa adicional (MA), modos estrutura (ME) e modos cavidade (MC). Cada modo é determinado observando as frequências dos casos desacoplados e comparando-as com os casos acoplados. Conhecer quem domina em cada modo é de grande importância para o dimensionamento de cada elemento. A Tabela 10 apresenta um comparativo entre a estrutura desacoplada e a acoplada e apresenta qual o tipo de modo ela é classificada.

**Tabela 10 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada.**

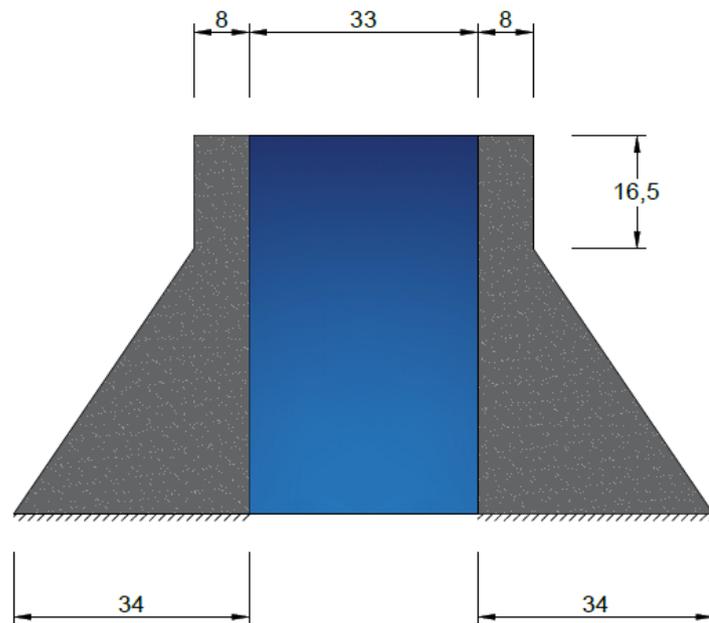
Modos de vibração	Frequências naturais (Rad/s)			Análise do modo dominante
	Estrutura desacoplada	Cavidade desacoplada	Cavidade acoplada	
1	52,44	235,61	45,17	MA
2	314,77	522,71	46,87	MA
3	818,00	706,92	234,99	ME
4	829,69	847,03	275,20	MC
5	1508,91	962,58	370,77	ME

Fonte: Própria autora, 2018.

## 5.2 CASO 2 - ECLUSA 1 - TUCURUÍ

O segundo caso retrata a eclusa 1 de Tucuruí, no Rio Tocantins, Pará. As dimensões empregadas na estrutura são apresentadas na Figura 39. A modelagem numérica pelo MEF foi feita no *software* ANSYS. A estrutura sólida é engastada no apoio e a parte superior é livre e o fluido é uma cavidade retangular, com as interfaces da parede-câmara na condição fluido estrutura e a base fechada e superfície livre no topo, onde serão analisadas pressão 0 e efeito de *sloshing*. São apresentados os resultados numéricos obtidos do *software* ANSYS.

Figura 39 – Representação esquemática das dimensões da eclusa 1.



Fonte: Própria autora, 2018.

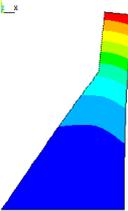
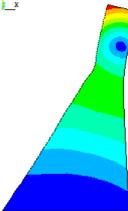
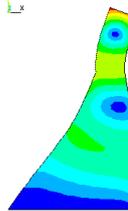
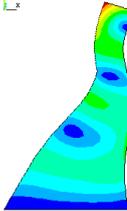
Para a solução do problema foi adotado as seguintes propriedades físicas:

- Estrutura:
  - Material – Concreto;
  - Densidade – 2400 kg/m<sup>3</sup>;
  - Módulo de elasticidade – 25 GPa;
  - Coeficiente de Poisson – 0,25;
  - Estado plano de tensão.
- Fluido:
  - Densidade – 1000 kg/m<sup>3</sup>;
  - Velocidade do som no fluido – 1500 m/s.

### 5.2.1 Desacoplado estrutura

O estado plano de tensões foi adotado para modelagem da estrutura. A Tabela 11 apresenta as cinco primeiras formas modais da estrutura desacoplada seguidas de suas frequências em rad/s.

**Tabela 11 – Formas modais e frequências naturais da estrutura desacoplada.**

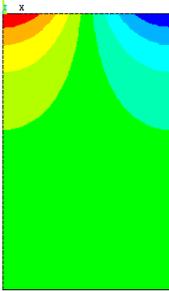
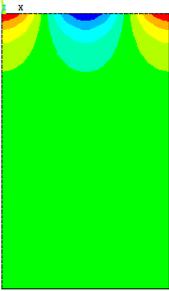
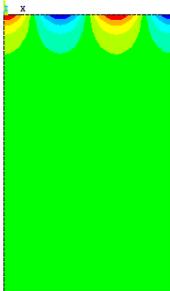
Modo	1° modo	2° modo	3° modo	4° modo	5° modo
Forma modal					
Frequência (Rad/s)	31,35	81,30	120,70	164,80	253,59

Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.2.2 Desacoplado Fluido

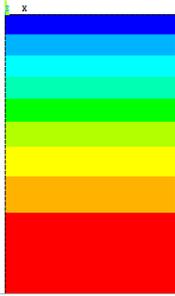
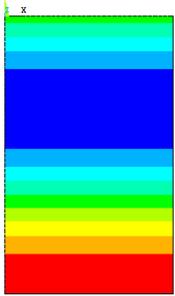
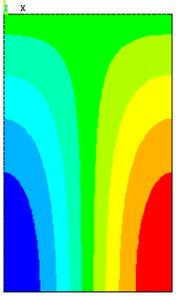
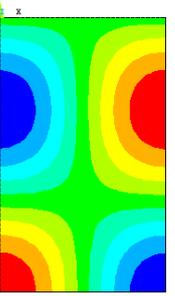
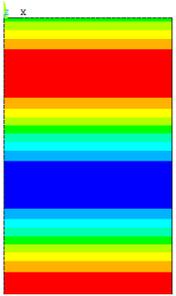
A Tabela 12 demonstra as frequências naturais do fluido desacoplado com superfície livre e a Tabela 13 demonstra as frequências naturais do fluido desacoplado com cavidade acústica.

**Tabela 12 – Frequências naturais do fluido desacoplado superfície livre.**

Modo	1° modo	2° modo	3° modo	4° modo	5° modo
Forma modal					
Frequência (Rad/s)	0,96	1,36	1,67	1,94	2,18

Fonte: Própria autora, 2018.

**Tabela 13 – Frequências naturais do fluido desacoplado cavidade acústica.**

Modo	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
Forma modal					
Frequência (Rad/s)	42,78	128,55	149,09	192,18	214,38

Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.2.3 Acoplado Fluido Estrutura

A Tabela 14 demonstra as frequências naturais do fluido desacoplado com superfície livre, a Tabela 15 demonstra as frequências naturais do fluido desacoplado cavidade acústica.

As Figuras 40 e 41 demonstram suas respectivas formas modais.

**Tabela 14 – Frequências do sistema acoplado com superfície livre.**

Modo	Frequência (Rad/s)
1	0,96
2	1,38
3	1,72
4	2,03
5	2,34

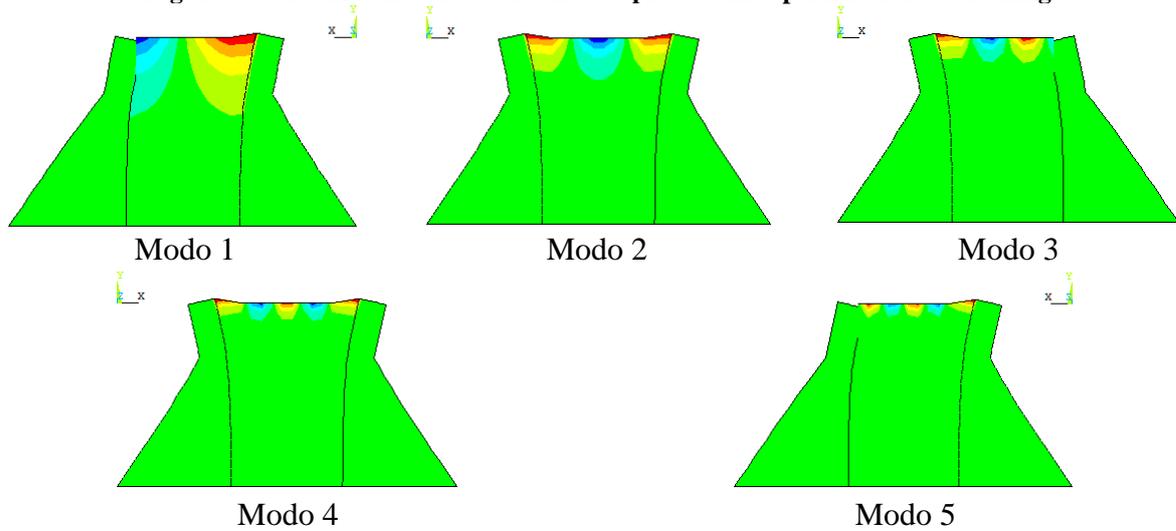
Fonte: Própria autora, 2018.

**Tabela 15 – Frequências naturais do fluido desacoplado cavidade acústica.**

Modo	Frequência (Rad/s)
1	24,56
2	27,08
3	55,42
4	72,13
5	90,98

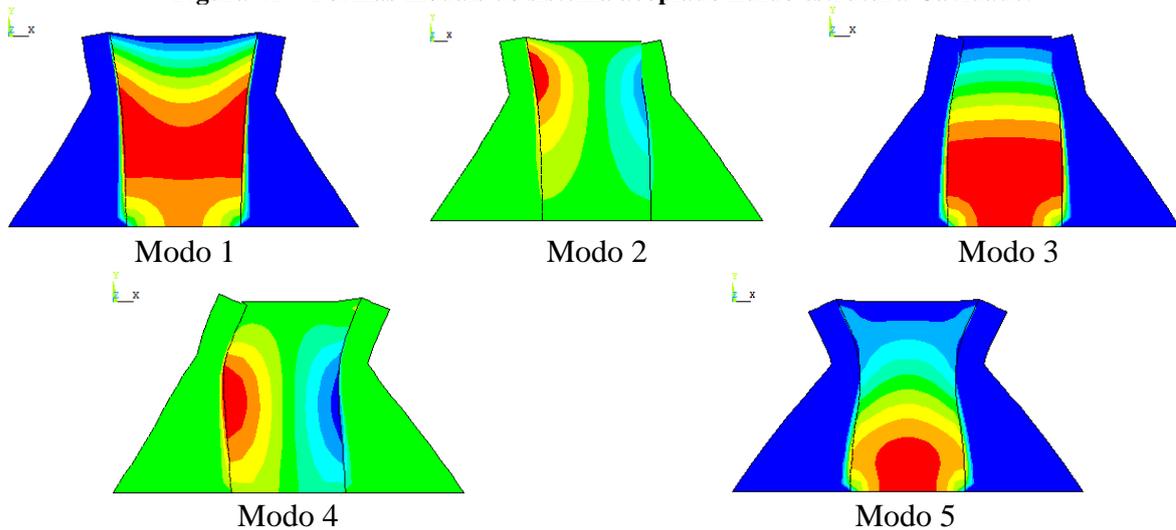
Fonte: Própria autora, 2018.

**Figura 40 – Formas modais do sistema acoplado com superfície livre – Sloshing.**



Fonte: Própria autora, 2018.

**Figura 41 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura Cavidade.**



Fonte: Própria autora, 2018.

A Tabela 16 demonstra o comparativo entre as frequências da estrutura e do fluido, desacoplado e do sistema acoplado, também demonstra o modo dominante de cada frequência.

**Tabela 16 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada.**  
(Continua)

Modos de vibração	Frequências naturais (Rad/s)			Análise do modo dominante
	Estrutura desacoplada	Cavidade desacoplada	Cavidade acoplada	
1	31,35	42,78	24,56	MA
2	82,30	128,55	27,08	MA

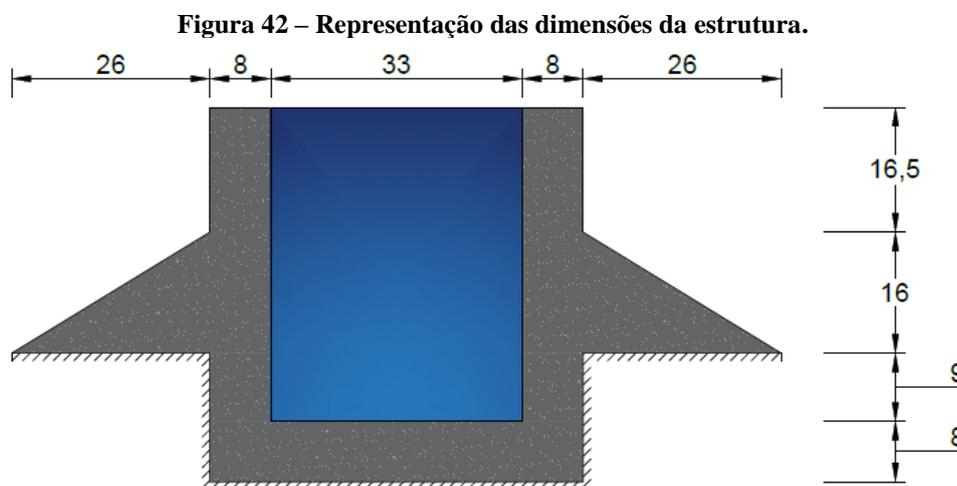
**Tabela 16 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada.**  
(Conclusão)

Modos de vibração	Frequências naturais (Rad/s)			Análise do modo dominante
	Estrutura desacoplada	Cavidade desacoplada	Cavidade acoplada	
3	120,70	149,09	55,42	MC
4	164,80	192,18	72,13	MC
5	253,59	214,38	90,98	ME

Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.3 CASO 3 - ECLUSA 2 - TUCURUÍ

O terceiro caso simula a eclusa 2 de Tucuruí, no Rio Tocantins, Pará. Embora sejam dois casos de eclusas, elas apresentam diferenças em suas dimensões, formas e condições de engaste. As dimensões empregadas na estrutura são similares das reais e apresentadas na Figura 42.



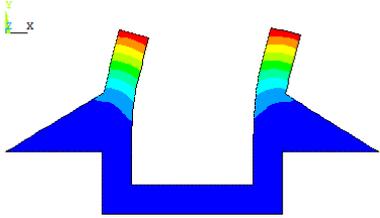
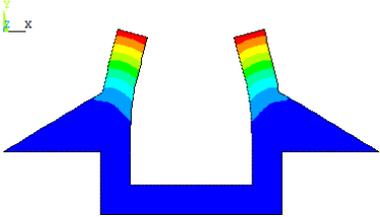
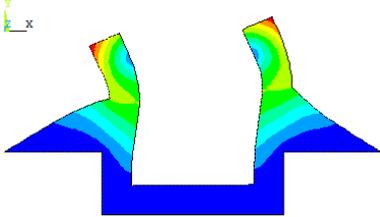
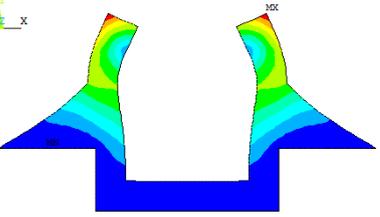
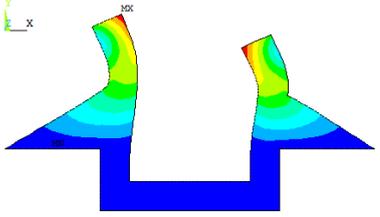
Fonte: Própria autora, 2018.

Neste caso o *software* ANSYS também foi usado na modelagem numérica pelo MEF. A estrutura sólida além de engastada nos apoios, também é engastada na lateral abaixo do braço da eclusa. O fluido tem as mesmas propriedades da eclusa 1, cavidade retangular, interfaces da parede-câmara na condição fluido estrutura e a base fechada e superfície livre no topo, onde serão analisadas pressão 0 e efeito de *sloshing*. São apresentados os resultados numéricos obtidos do *software* ANSYS. Os materiais e propriedades utilizados são os mesmos do caso 2.

### 5.3.1 Desacoplado estrutura

A Tabela 17 apresenta as cinco primeiras frequências naturais obtidas no *software* ANSYS juntamente com a sua respectiva forma modal.

**Tabela 17 – Frequências naturais e formas modais da estrutura desacoplada.**

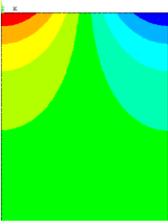
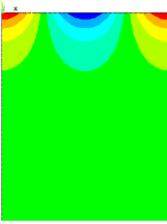
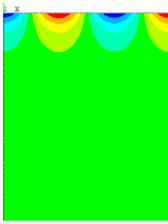
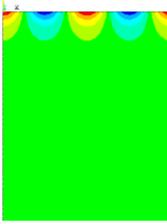
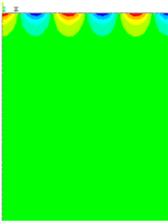
Modo	Frequência (Rad/s)	Forma Modal
1	46,98	
2	46,98	
3	134,96	
4	134,96	
5	193,05	

Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.3.2 Desacoplado Fluido

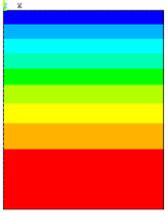
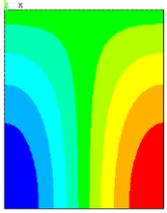
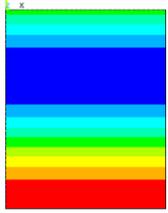
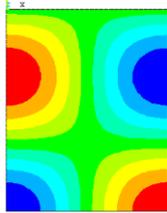
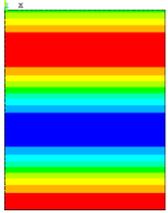
A Tabela 18 e 19, respectivamente, apresenta os cinco primeiros modos, frequências naturais e suas formas modais para a análise do fluido desacoplado com superfície livre, e cavidade acústica.

**Tabela 18 – Frequências naturais e formas modais do fluido desacoplado com superfície livre – Pressão 0.**

Modo	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
Forma modal					
Frequência (Rad/s)	0,97	1,37	1,68	1,94	2,18

Fonte: Própria autora, 2018.

**Tabela 19 – Frequências naturais e formas modais do fluido desacoplado com superfície livre – Pressão 0.**

Modo	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
Forma modal					
Frequência (Rad/s)	56,74	153,72	170,42	222,37	284,29

Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.3.3 Acoplado Fluido Estrutura

As cinco primeiras frequências naturais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre, simulando o efeito de sloshing é apresentada na Tabela 20, e a Tabela 21 apresenta as cinco primeiras frequências da cavidade acústica.

**Tabela 20 – Frequências naturais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – Sloshing.**

Modo	Frequência (Rad/s)
1	0,97
2	1,37
3	1,68
4	1,94
5	2,18

**Fonte: Própria autora, 2018.**

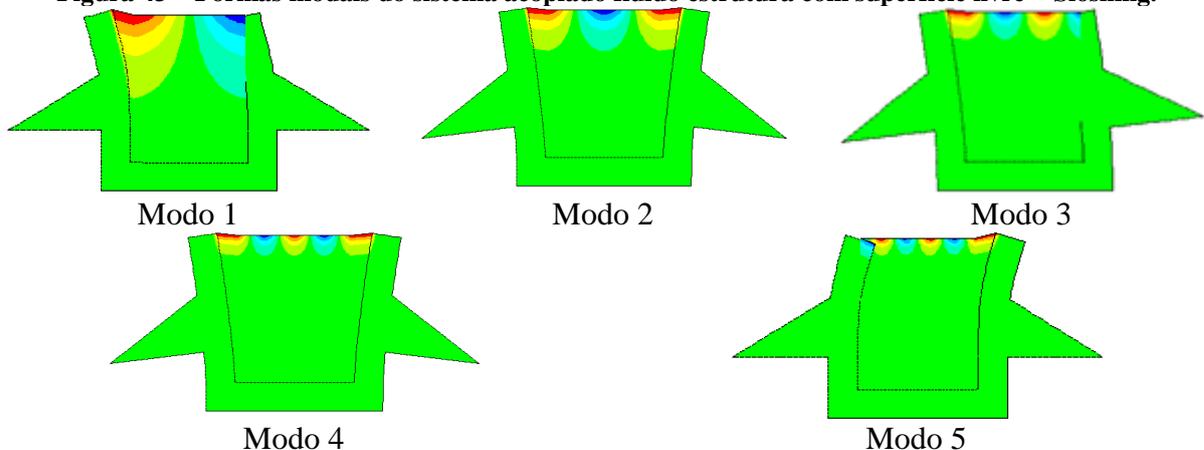
**Tabela 21 – Frequências naturais do sistema acoplado fluido estrutura Cavidade.**

Modo	Frequência (Rad/s)
1	38,01
2	41,69
3	58,68
4	117,57
5	128,06

**Fonte: Própria autora, 2018.**

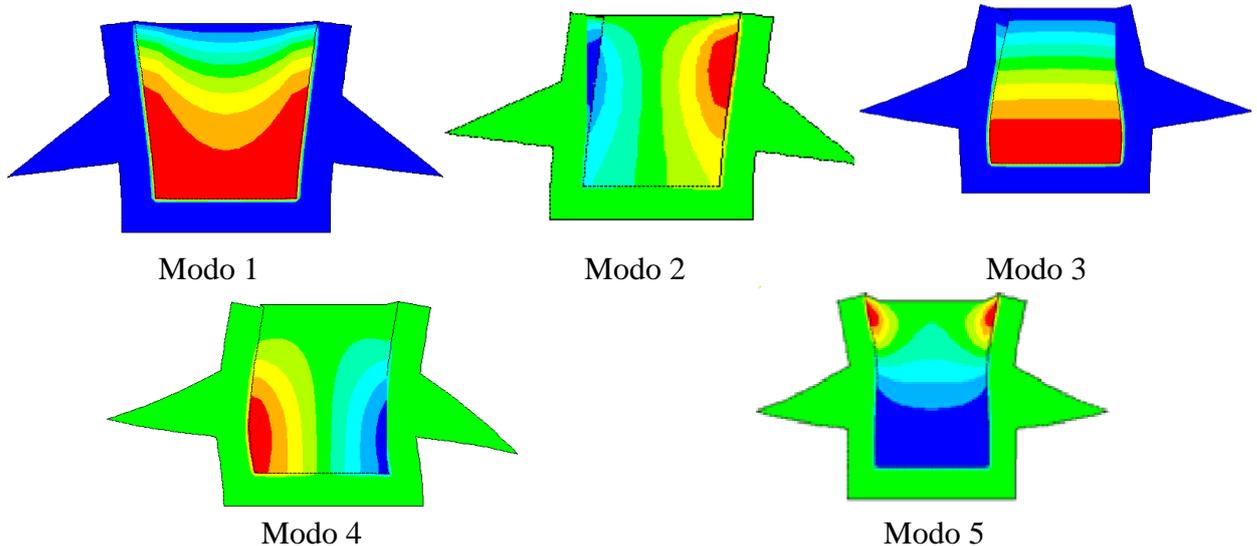
A Figura 43 e 44 representam as formas modais para as cinco frequências naturais obtidas do acoplamento do fluido estrutura da superfície livre e da cavidade acústica, respectivamente.

**Figura 43 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – Sloshing.**



**Fonte: Própria autora, 2018.**

**Figura 44 – Formas modais do sistema acoplado fluido estrutura com superfície livre – pressão 0.**



Fonte: Própria autora, 2018.

A Tabela 22 faz a comparação entre as frequências da estrutura e do fluido, desacoplado e do sistema acoplado, também demonstra o modo dominante de cada frequência.

**Tabela 22 – Comparativo frequências naturais – desacoplada e acoplada.**

Modos de vibração	Frequências naturais (Rad/s)			
	Estrutura desacoplada	Cavidade desacoplada	Cavidade acoplada	Análise do modo dominante
1	46,98	56,74	38,01	MA
2	46,98	153,72	41,69	MA
3	134,96	170,42	58,68	ME
4	134,96	222,37	117,57	MC
5	193,05	284,29	128,06	MC

Fonte: Própria autora, 2018.

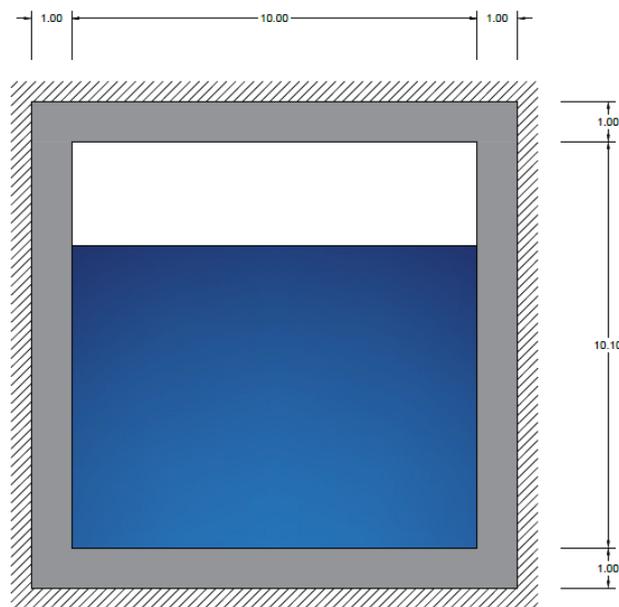
#### 5.4 CASO 4 - CANAL FECHADO

O quarto caso trata-se da simulação de um Conduto fechado de escoamento livre. Por se tratar de uma seção fechada, para satisfazer a condição de superfície livre, a cavidade deve ficar apenas parcialmente cheia, para isso a altura do fluido pode alcançar no máximo 75% da

altura total. As dimensões empregadas na estrutura são hipotéticas e apresentadas na Figura 45. A modelagem numérica apresentada foi feita através do *software* ANSYS.

A estrutura sólida neste caso é engastada em todas os 4 lados externos e o fluido apresenta as mesmas condições sendo cavidade retangular com interfaces da parede-câmara na condição fluido estrutura nas faces laterais e inferior, e superfície livre no topo, ora analisada com pressão 0, outra aplicada superfície livre onde acontece o *sloshing*. Os resultados numéricos são obtidos via *software* ANSYS. Os materiais e propriedades utilizados são os mesmos do caso 2 e 3.

**Figura 45 – Representação das dimensões da estrutura.**



Fonte: Própria autora, 2018.

#### 5.4.1 Desacoplado estrutura

A modelagem da estrutura foi realizada com o estado plano de tensões. A Tabela 23 representa as cinco primeiras frequências naturais da estrutura desacoplada obtidas por meio do *software* ANSYS.

**Tabela 23 – Frequências naturais da estrutura desacoplada.**  
(continua)

Modo	Frequência (Rad/s)
1	3044,41
2	3319,84

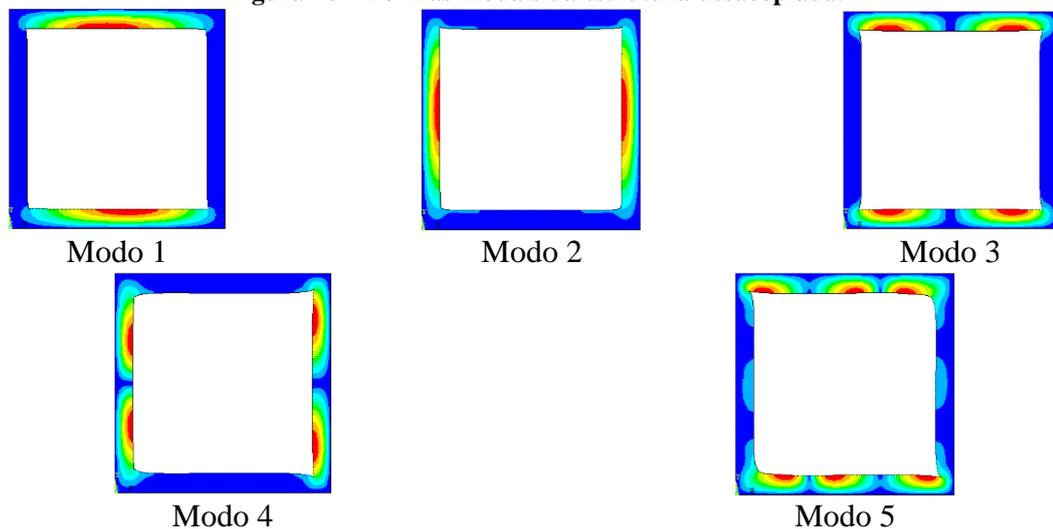
**Tabela 23 – Frequências naturais da estrutura desacoplada.**  
(conclusão)

Modo	Frequência (Rad/s)
3	3390,97
4	3627,53
5	3884,13

Fonte: Própria autora, 2018.

A Figura 46 representa as cinco primeiras formas modais extraídas do *software* ANSYS na análise numérica.

**Figura 46 – Formas modais da estrutura desacoplada.**



Fonte: Própria autora, 2018.

#### 5.4.2 Desacoplado Fluido

A Tabela 24 e 25, respectivamente, representam as frequências naturais encontradas para o fluido desacoplado com superfície livre e para cavidade acústica, pelo método numérico.

**Tabela 24 – Frequências naturais do fluido desacoplado com superfície livre.**  
(continua)

Modo	Frequência (Rad/s)
1	1,74
2	2,48

**Tabela 24 – Frequências naturais do fluido desacoplado com superfície livre.**  
(conclusão)

Modo	Frequência (Rad/s)
3	3,04
4	3,52
5	3,95

Fonte: Própria autora, 2018.

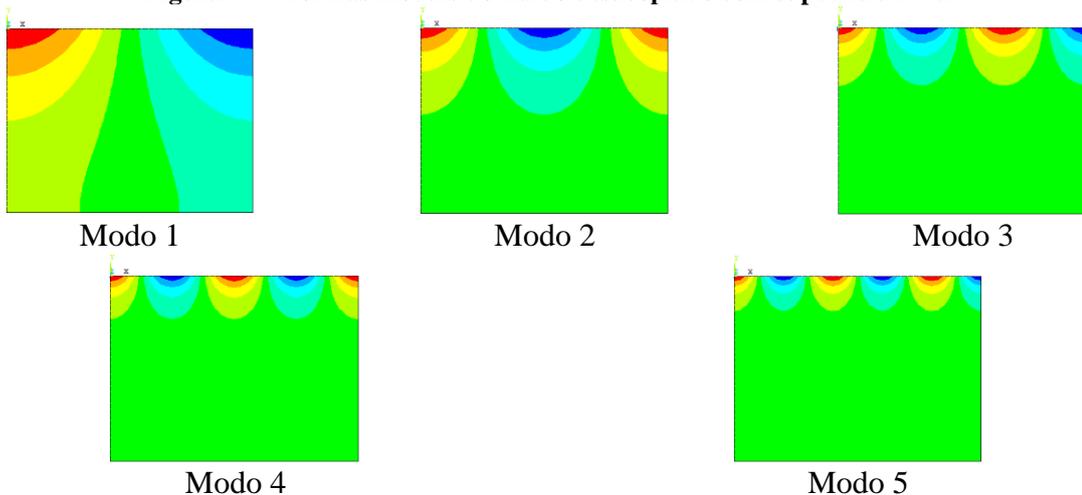
**Tabela 25 – Frequências naturais do fluido desacoplado cavidade.**

Modo	Frequência (Rad/s)
1	314,19
2	566,48
3	943,36
4	994,38
5	1054,57

Fonte: Própria autora, 2018.

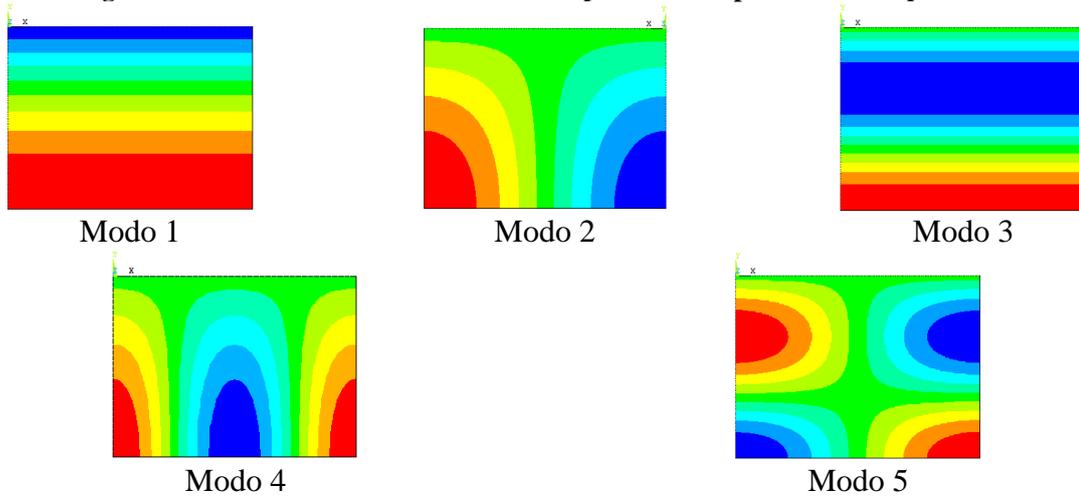
As Figuras 47 e 48, representam as cinco primeiras formas modais do fluido desacoplado com superfície livre, e cavidade acústica, respectivamente, extraídas do *software* ANSYS na análise numérica.

**Figura 47 – Formas modais do fluido desacoplado com superfície livre.**



Fonte: Própria autora, 2018.

**Figura 48 – Formas modais do fluido desacoplado com superfície livre – pressão 0.**



Fonte: Própria autora, 2018.

### 5.4.3 Acoplado Fluido Estrutura

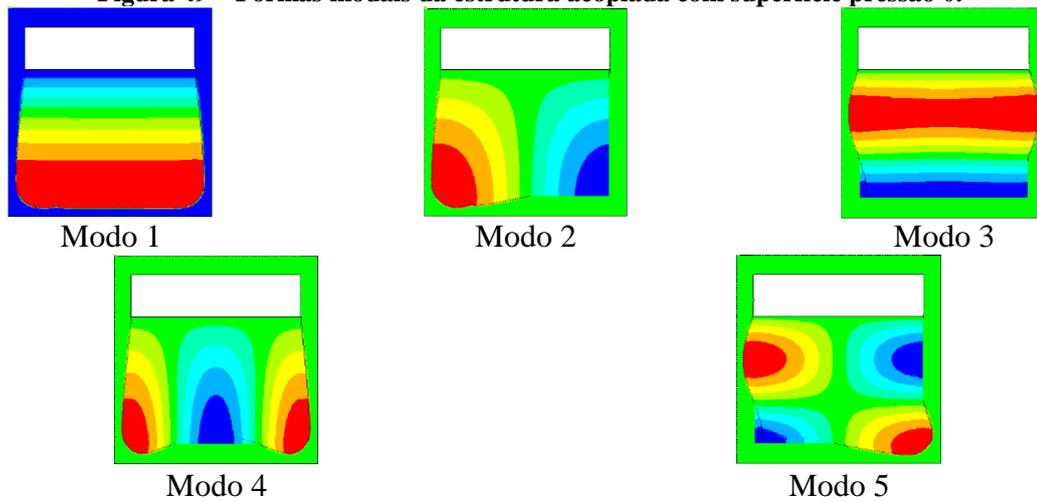
A Tabela 26 apresenta as cinco primeiras frequências naturais do fluido acoplado com superfície livre e pressão zero. E a Figura 49 suas respectivas formas modais.

**Tabela 26 – Frequências naturais do acoplamento fluido estrutura – Superfície pressão 0.**

Modo	Frequência (Rad/s)
1	304,11
2	549,15
3	911,75
4	965,16
5	1014,48

Fonte: Própria autora, 2018.

**Figura 49 – Formas modais da estrutura acoplada com superfície pressão 0.**



**Fonte: Própria autora, 2018.**

A Tabela 27 apresenta o comparativo entre as frequências da estrutura e do fluido, desacoplado e do sistema acoplado, também demonstra o modo dominante de cada frequência.

**Tabela 27 – Comparativo frequências naturais desacoplada e acoplada.**

Modos de vibração	Frequências naturais (Rad/s)			
	Estrutura desacoplada	Cavidade desacoplada	Cavidade acoplada	Análise do modo dominante
1	3044,41	314,16	304,11	MA
2	3319,84	566,36	549,15	MC
3	3390,97	942,54	911,75	MC
4	3627,53	993,49	965,16	MC
5	3884,13	1053,75	1014,48	MC

**Fonte: Própria autora, 2018.**

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do trabalho é apresentado um estudo do que é a IFE, a ação e a reação que o fluido e o sólido têm quando são forçados um contra o outro gerando campos de pressão no sistema. Esses campos de pressão foram calculados por meio de equações analíticas para validação do sistema numérico, obtido no ANSYS, um *software* que utiliza o MEF para fazer a análise do sistema.

O estudo baseou-se em uma formulação variacional com descrição Lagrangeana para o sólido e Euleriana para o fluido e foi discretizado pelo MEF. Ressalta-se que a nível acadêmico, os estudos dessas formulações não foram aprofundados, visto que o objetivo é o apresentar o resultado encontrado.

Na cavidade acústica o fluido pode ser considerado hidroelástico ou vibroacústico. No centro da cavidade ele é considerado vibroacústico, onde o fluido é considerado compressível, visto que devido ao peso da água ela pode sofrer algum tipo de compressão. Já na superfície da cavidade, onde é aplicado o efeito de *sloshing* o fluido é considerado incompressível, ou seja, hidroelástico, pois a única força que atua sobre ele é a da atmosfera e ela não é grande o suficiente para comprimir o fluido.

O MEF foi aplicado em uma análise bidimensional dos casos, foram discretizados e subdivididos em malhas refinadas, onde os resultados já não sofrem grandes alterações devido ao momento chamado de convergência de resultados. As tensões e efeitos foram padronizados a fim de que se tivesse uma linha de equações a ser seguida nos estudos dos casos.

A análise modal posteriormente realizada fez um estudo das vibrações do sistema, primeiro desacoplado da estrutura e do fluido, logo em seguida acoplada dos dois elementos, com o intuito de obter as frequências naturais e formas modais. Com essa análise é possível determina o modo de frequência como flexional ou torcional.

O caso 1, usado como caso de validação dos resultados numéricos obtido no *software* ANSYS, demonstrou uma cavidade quadrada de superfície superior livre e fundo fechado, com duas estruturas laterais engastadas embaixo. Os resultados apresentados para a estrutura desacoplada tiveram uma diferença de até 4,92 %, embora a porcentagem tenha sido crescente, ela é considerada aceitável. As análises desacopladas do fluido, tanto para o que foi considerada na superfície livre pressão zero quanto para o que foi aplicado *sloshing*, tiveram uma excelente margem de erro, representando a máxima de 1% com algumas representações bem próximas de 0%.

Os Casos 2, 3 e 4 representam modelos de análise de casos reais na engenharia demonstrando como cada elemento se comporta durante a vibração do sistema. Os casos apresentados demonstram na prática a análise realizada por um projetista de estruturas de grande porte no que diz respeito à vibração estrutural. Tal análise é de grande importância para prever acidentes como na plataforma de ciclismo no Rio de Janeiro que devido uma análise mal feita na área de vibrações causou um sério acidente, também se pode citar o caso de uma ponte de Tacoma Narrows, em Washington que caiu por entrar em ressonância ao entrar em contato com fortes ventos, ou o caso recente que saiu nas mídias de um prédio de 46 andares em Balneário Camboriú que devido a sua vibração as piscinas apresentaram o efeito de *sloshing*.

O presente trabalho também demonstra a importância de se estudar vibrações a nível de graduação incitando os estudantes da área de projetos a importância de estudar o efeito de vibrações na estrutura e conceitos iniciais importantes para o estudo na área.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, Claudia de. **Flutter, o efeito “quebra-asas”**. Disponível em: <<https://www.integrandoconhecimento.com/single-post/2016/05/06/Flutter-o-efeito-%E2%80%9Cquebraasas%E2%80%9D>>. Acesso em: 03 maio 2018.
- ALMEIDA, Márcio T de. **Vibrações mecânicas para engenheiros**. 2. ed., São Paulo: Edgard Blücher, 1990.
- AMARAL, Luiz. **Interação Fluido Estrutura: O que é?** Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/interacao-fluido-estrutura-o-que-e/>>. Acesso em: 15 maio 2018.
- ANDERSON, J. D. **Computational fluid dynamic - the basics with applications**. 1. ed. New York, USA: McGraw-Hill Book Company, 1995.
- ANÓNIMO. **Chuva e ventos fortes em Balneário Camboriú fazem prédio balançar**. Disponível em: <<http://g1.globo.com/fantastico/noticia/2018/02/chuva-e-ventos-fortes-em-balneario-camboriu-fazem-predio-balançar.html>>. Acesso em: 04 nov. 2018.
- AVITABILE, Peter. 101 ways to extract modal parameters – which is te one for me?. In: International Modal Analysis Conference, 23. 2005, Orlando. **Proceedings**, Orlando 2005.
- CICIGLIANO, Emerson Carlos dos Santos. **Análise numérica do escoamento de fluido em tubos elásticos**. 2010. 77 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia - UNESP, Ilha Solteira - SP, 2010.
- CICIGLIANO, Emerson Carlos dos Santos. **Apostila de Introdução ao Software ANSYS**. 2009. 112 f. Trabalho de conclusão de estudos especiais (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira - SP, 2009.
- CICIGLIANO, Emerson Carlos dos Santos. **Tutorial para construção de um modelo de interação fluido estrutura utilizando o Softwares ANSYS**. 2009. 112 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira - SP, 2009.
- COOK, Robert D. et al. **Concepts and Applications of finite element analysis**. 4. ed. Madinson, Usa: John Wiley &sons, Inc., 2001. 733 p.
- ENGENHARIA, 4i. **A Importância Do Método Dos Elementos Finitos**. Disponível em: <<https://www.4ieng.com.br/single-post/2016/12/21/A-importância-do-Método-dos-Elementos-Finitos>>. Acesso em: 12 mar. 2018.
- FEIJÓ, Vagner. **Modelagem do fluxo sanguíneo na aorta abdominal utilizando interação fluido estrutura**. 2007. 77 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira - SP, 2007.
- FERNANDES, Jeferson Wilian Dossa. **Interação Fluido Estrutura com escoamentos incompressíveis utilizando o Método dos Elementos Finitos**. 2016. 122 f. Dissertação

(Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2016.

FERREIRA JÚNIOR, Paulo do Nascimento. **Ressonância: O curioso caso da ponte Tacoma Narrows!** Disponível em: <<https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/conteudo/ressonancia/41429>>. Acesso em: 04 nov. 2018.

FUCA, Isaac Makuata Cacumba. **Análise de elementos finitos para engenharia estrutural/finite elements analysis for structural engineering.** Disponível em: <<http://sobreaengenharia.blogspot.com/2015/07/analise-de-elementos-finitos-para.html>>. Acesso em: 01 jun. 2018.

GUILLAUME, Patrick. **Control system, robotics and automation: Modal Analysis.** 2002. Disponível em: <<http://mech.vub.ac.be/avrg/publications/ModalAnalysis.pdf>>. Acesso em: 19 out. 2018.

HERBERT, Lincoln. **Google integra projeto de energia eólica de US\$ 5 bi nos EUA.** Disponível em: <<https://rotaenergia.wordpress.com/2010/10/15/google-integra-projeto-de-energia-eolica-de-us-5-bi-nos-eua/>>. Acesso em: 07 jun. 2018.

**Introdução ao Método dos Elementos Finitos.** Disponível em: <[https://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/~amiranda/MEF/Apostilas/Formulacao\\_do\\_MEF.pdf](https://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/~amiranda/MEF/Apostilas/Formulacao_do_MEF.pdf)>. Acesso em: 12 mar. 2018.

KINSLER, L. E. (1999). **Fundamentals of Acoustics**, 4th Edition. Nova Iorque: Wiley & Sons.

LEME, Leandro Marinho Marques. **Estudo comparativo de técnicas de análise modal experimental no domínio da frequência em uma barra na condição de contorno livre-livre.** 2014. 88 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2014.

LOGAN, Daryl L.; METHOD, A First Course In The Finite Element. **A first course in the finite element method.** 4. ed. Austrália: Thomson, 2007. 836 p.

MARTINS FILHO, Protásio Dutra. **Projeto Zilma True: Projeto de Sistemas Oceânicos II - Relatório 2.** Disponível em: <[http://www.deno.oceanica.ufrj.br/deno/prod\\_academic/relatorios/2008/Debora+ThiagoDouglas/relat2/PROJETO\\_ZILMA\\_TRUE.htm](http://www.deno.oceanica.ufrj.br/deno/prod_academic/relatorios/2008/Debora+ThiagoDouglas/relat2/PROJETO_ZILMA_TRUE.htm)>. Acesso em: 07 jun. 2018.

MENDES, N B **Estudo comparativo analítico-numérico de aspectos da interação fluido estrutura em cascas com aplicações a barragens em arco** Dissertação de Mestrado Engenharia Civil –Universidade de Brasília. Brasília 2013.

MIRLISENNA, Giuseppe. **Método dos elementos finitos: o que é?** 2016. Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>>. Acesso em: 31 maio 2018.

MORAIS, Marcus Vinicius Girão de. **Modelagens numéricas pelo método dos elementos finitos em problemas de interação fluido estrutura.** 2000. 176 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2000.

NÓBREGA, Petrus Gorgônio B. da; HANAI, João Bento de. **A análise modal na avaliação de estruturas de concreto pré-moldado.** São Carlos, 2005.

NUNES. A. **Análise Modal Teórica E Experimental Acústica De Cavidades Com Absorção Sonora.** Universidade Estadual de Campinas. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. 2001.

PAIDOUSSIS, Michael P. **Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow.** 2. ed. Reino Unido: Elsevier Ltd, 2014 V. 1.

PALESTINO, Renata. **Treinamento em análise de flexibilidade estática e dinâmica em tubulações integrada a elementos finitos utilizando o software ROHR2.** 2013. Disponível em: <<https://natecnologia.net/category/tubulacao-industrial/analise-de-flexibilidade-em-tubulacao-integrada-a-elementos-finitos/page/3/>>. Acesso em: 31 maio 2018.

PEDROSO, L.J. (2004). **“Formulações Potencias para Abordagens Fluido-Estrutura”** In: Notas do Curso de Interação Fluido-Estrutura e Apostila Didática. Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil – PPECC- Universidade de Brasília -FT/ENC Vs. 01 – Brasília, DF.

PEDROSO, Lineu José. **Alguns aspectos da interação fluido estrutura em estruturas "off shore".** 1982. 340 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1982.

PRANDI, Jair. **A maior plataforma de petróleo do mundo.** Disponível em: <<https://gigantesdomundo.blogspot.com/2013/03/a-maior-plataforma-de-petroleo-do-mundo.html>>. Acesso em: 07 jun. 2018.

PRAZZO, Carlos Eduardo. **Análise modal de uma estrutura do tipo viga utilizando materiais piezelétricos (PVDF) como sensores.** 2011. 140 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São Paulo, 2011.

RIO, Bom Dia. **Tragédia da Ciclovia Tim Maia, na Avenida Niemeyer, completa dois anos sem solução.** Disponível em: <<https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/noticia/tragedia-da-ciclovia-tim-maia-na-avenida-niemeyer-completa-dois-anos-sem-solucao.ghtml>>. Acesso em: 04 nov. 2018.

SANCHES, Rodolfo André Kuche. **Análise bidimensional de interação fluido estrutura: Desenvolvimento de código computacional.** 2006. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2006.

SARAIVA, Aléxia. **Temporal em Balneário Camboriú faz prédio mais alto do Brasil balançar ‘como um navio’.** Disponível em:

<<https://www.gazetadopovo.com.br/haus/arquitetura/predio-balneario-camboriu-millennium-palace-balanca-como-navio-impressionante/>>. Acesso em: 04 nov. 2018.

SAUBER, Bmw. **O computador de alta tecnologia da Fórmula 1**. 2009. Disponível em: <<https://derstandard.at/1237228882563/Die-Hightech-Computer-der-Formel-1>>. Acesso em: 31 maio 2018.

SCHWARZ, Brian J.; RICHARDSON, Mark H. **Experimental Modal Analysis**. In: CSI Reliability Week, 1999. **Proceedings**: Jamestown, Califórnia, 1999.

SILVA, Agnaldo Antonio Moreira T. da; MORAIS, Marcus Vinícius Girão de. Web of Conferences – 170 x 250 mm paper size, one column format. In: CILAMCE - XXXIX IBERO-LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 2018, Brasília. **Web of Conferences – 170 x 250 mm paper size, one column format**. Brasília: Ed. Sciences, Editorial Department, 2018. p. 1 - 13.

SILVA, Agnaldo Antônio Moreira Teodoro da. **Acoplamento fluido estrutura U-P não simétrica de problemas vibroacústicos e hidroelásticos por elementos finitos 2D isoparamétricos**. 2018. 130 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Integridade de Materiais da Engenharia, Universidade de Brasília, Gama, Distrito Federal, 2018.

SILVA, Douglas S.; NADAI, Eduardo A.; SIQUEIRA, Viviane Ribeiro de. **Análise computacional da interação fluido estrutura de uma tubulação de água utilizando o software comercial Ansys**. São José dos Campos: Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos, 2017.

SILVA, Wagner Queiroz. **Análise não linear geométrica do acoplamento solo-estrutura através da combinação MEC-MEF**. 2010. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Paulo, USP, São Paulo, 2010.

SOFTWARE, Engineering Simulation And Scientific. **Análise numérica considerando a interação fluido estrutura**. Disponível em: <[www.esss.com.br](http://www.esss.com.br)>. Acesso em: 31 maio 2018.

SOUSA JUNIOR, Luis Carlos de. **Uma aplicação dos métodos dos elementos finitos e diferenças finitas à interação fluido estrutura**. 2006. 217 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

SOUZA, Soraya Mendes de. **Contribuição para uma metodologia de análise acoplada fluido estrutura em cavidades acústicas com paredes flexíveis**. 2007. 199 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

TEIGA, André Filipe Silva. **Análise de tensões em tubos curvos sob flexão no plano de curvatura**. 2009. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2009.

TEIXEIRA, P. R. F.; AWRUCH, A. M. **Numerical Simulation of fluid-structure interaction using the finite element method**. Computers Fluids, v.34, p. 249-273, 2005.

Turner, M.J., Clough, R.W., Martin, H.C. and Topp, L.J. (1956) **Stiffness and deflection analysis of complex structures**. J. Aeronaut. Sci., 23, 805–23.

VALE, Alan Rafael M. **Análise modal numérico-experimental de hélices navais produzidos na região da amazônica**. 2013. 169 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, 2003.

WESTIN, Michelle Fernandino. **Método dos elementos finitos na simulação de tensão e elasticidade em placas**. 2015,

WIKIPÉDIA. **Mecânica de meios contínuos**. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/mecânica\\_de\\_meios\\_contínuos](https://pt.wikipedia.org/wiki/mecânica_de_meios_contínuos)>. Acesso em: 31 maio 2018.

WIKIPÉDIA. **Mecânica dos fluidos**. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Mecânica\\_dos\\_fluidos](https://pt.wikipedia.org/wiki/Mecânica_dos_fluidos)>. Acesso em: 31 maio 2018.

WIKIPÉDIA. **Mecânica dos sólidos**. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/mecânica\\_dos\\_sólidos](https://pt.wikipedia.org/wiki/mecânica_dos_sólidos)>. Acesso em: 31 maio 2018.

ZAMBOTTO, Iuri. **Ponte Tacoma Narrows: Aeroelasticidade ou Ressonância?** 2015. Disponível em: <<https://blogdaengenharia.com/ponte-tacoma-narrows-aeroelasticidade-ou-ressonancia/>>. Acesso em: 31 maio 2018.

ZIENKIEWICZ, O. C. **The finite element method**. 3. ed. London: McGraw-Hill, 1985.