



**Material Didático do Curso de  
Engenharia Mecânica da  
UniEVANGÉLICA**

**Disciplina: Cálculo 1**

**Docentes: Cláudia Gomes de O. dos Santos  
Haydeé Lisboa Vieira Machado**

**Volume 01, 2018**

# **Centro Universitário de Anápolis - UniEVANGÉLICA**

## **Associação Educativa Evangélica**

Conselho de Administração

Presidente – Ernei de oliveira Pina

1º Vice-Presidente – Cicílio Alves de Moraes

2º Vice-Presidente – Ivan Gonçalves da Rocha

1º Secretário – Geraldo Henrique Ferreira Espíndola

2º Secretário – Francisco Barbosa de Alencar

1º Tesoureiro – Augusto César da Rocha Ventura

2º Tesoureiro – Djalma Maciel Lima

## **Centro Universitário de Anápolis**

Chanceler – Ernei de Oliveira Pina

Reitor – Carlos Hassel Mendes da Silva

Pró-Reitor Acadêmico - Cristiane Martins Rodrigues Bernardes

Pró-Reitor de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Ação Comunitária - Sandro Dutra e Silva

Coordenadora da Pesquisa e Inovação - Bruno Junior Neves

Coordenador de Extensão e Ação Comunitária - Fábio Fernandes Rodrigues

## **Equipe Editorial**

Diretor - Hélio de Souza Queiroz

Coordenador de Pesquisa – Rosemberg Fortes Nunes Rodrigues

Coordenador Pedagógico - Wilson de Paula e Silva

Coordenador de Planejamento e Inovação - Ricardo Wobeto

Coordenador de Laboratórios e de Atividades de Extensão - Sérgio Mateus Brandão

Coordenador de Estágio Supervisionado - Marcio José Dias



Curso: Engenharia Mecânica	Período: 2º
Disciplina: Cálculo 1	
Docentes: Profª Me. Cláudia Gomes de Oliveira dos Santos Profª Me. Haydeé Lisboa V. Machado	Data: 02/AGO /2018
Discentes: Todos os alunos	

### **GUIA DE ESTUDOS Aplicação da Derivada nas mais diversas áreas**

#### **EMENTA**

Interpretação geométrica da Derivada. Técnicas de Derivação. Aplicações da Derivada.

#### **OBJETIVOS**

Fornecer aos alunos as noções básicas do Cálculo Diferencial, enfatizando suas aplicações à Engenharia e outras Ciências, promovendo assim a busca de descobertas e a formulação de estratégias na resolução de problemas e despertando motivação nos acadêmicos, para cursar Engenharia Mecânica.

#### **CONTRIBUIÇÃO PARA O PERFIL DO EGRESSO**

O estudo da derivada busca compreender e aplicar conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia de forma independente e também em equip).

#### **OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM**

- Desenvolver o espírito científico e o raciocínio lógico, com aquisição de conhecimentos que auxiliem o aluno na formação de sua cultura geral.
- Definir Limite e estudar os principais limites, de forma a oferecer condições para a fundamentação teórica dos itens posteriores.
- Estudar a Derivada e suas aplicações nas engenharias
- Desenvolver atividades teóricas, práticas e experimentais de maneira a consolidar o processo de ensino e de aprendizagem;
- Estimular a participação em projetos de pesquisas e extensão;
- Desenvolver os conteúdos com foco em habilidades e competências desejadas no perfil do egresso;
- Estimular o desenvolvimento das relações humanas e habilidades de comunicação no ambiente de trabalho;
- Destacar a importância dos princípios éticos, morais e respeito à cidadania para obter um crescimento sustentável;
- Desenvolver atividades inter e multidisciplinares no âmbito de todo o curso;

#### **UNIDADE/TEMA DE ESTUDO:**

Derivadas, propriedade e suas aplicações.

Questões a serem estudadas

- 1) O desempenho de um carro de corrida, pode ser medido pela equação  $R(M) = M^2 \left( \frac{30}{2} - \frac{M}{3} \right)$ . Qual o valor de M para se ter um desempenho máximo do carro? Identifique o intervalo onde o desempenho do carro é crescente e o intervalo onde o desempenho do carro é decrescente.
- 2) Deve-se construir uma caixa de base retangular, com uma folha de cartolina de 40 cm de largura e 52 cm de comprimento, retirando-se um quadrado da cada canto da cartolina e dobrando-se perpendicularmente os lados resultantes. Determine o tamanho do lado do quadrado que permite construir uma caixa de volume máximo.
- 3) Um projétil é lançado verticalmente para cima com uma velocidade de 120 m/s. Pela física sabemos que sua distância acima do solo após t segundos é  $s(t) = -4,9t^2 + 120t$ . Utilizando derivada determine:
- Em que instante e com que velocidade o projétil atinge o solo.
  - A altura máxima alcançada pelo projétil.
  - A aceleração em um instante t arbitrário.
- 4) Um fabricante de móveis estima que o custo semanal da fabricação de x reproduções (manuais) de uma mesa colonial é dado por  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 80x + 500$ . Cada mesa é vendida por R\$ 2800,00. Que produção semanal maximizará o lucro? Qual o máximo lucro semanal possível?
- 5) Cinquenta animais ameaçados de extinção são colocados em uma reserva. Decorridos t anos, a população x desses animais é estimada por:  $x(t) = \frac{t^2 + 6t + 30}{t^2 + 30}$  Em que instante essa população animal atinge seu máximo? Quanto ele vale?
- 6) Um fazendeiro tem 1.200 m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa de cerca ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?
- 7) Uma empresa possui a Receita e o Custo dados pelas equações  $R(x) = -x^2 + 36x$  e  $C(x) = 6x + 4$ , onde x é a produção. Para o intervalo de produção de 0 a 20 unidades, qual a produção para que o lucro seja máximo.
- 8) Uma pulga, ao saltar, teve sua posição no espaço descrita em função do tempo pela expressão  $h(t) = 4t - 5t^2$ , sendo h a altura atingida, em metros e t em segundos. Determine o instante que a pulga atinge a altura máxima do solo.
- 9) A carga transmitida através de um circuito varia de acordo com a equação  $q = t^4 - 4t^3$  coulombs. Determine o instante t quando a corrente  $i = \frac{dq}{dt}$  atinge um mínimo.
- 10) O trabalho realizado por um solenóide ao mover um induzido varia de acordo com  $W = 2t^3 - 3t^4$  joules. A maior potência desenvolvida. (Potência:  $P = \frac{dW}{dt}$ )
- 11) Dada as funções:  $f(x) = x(6-x^2)$  e  $f(x) = 2 + 2x^2 - x^4$ . Determine:
- o intervalo onde a função é crescente e decrescente.
  - pontos de máximo e mínimo se existir.
  - intervalo de concavidade para baixo e para cima.
- 12) Derive as funções abaixo:

$$f(x) = (\arcsen(-2x))$$

$$b) f(x) = e^{4x} - \frac{5}{x^2} - \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$c) f(x) = (e^{4-x} - 1)tg^2 x$$

$$d) f(x) = \ln(\arcsen(2x))$$

$$e) f(x) = (\arccos(-2x))$$

$$g) f(x) = \left(\text{arctag}\left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

13) Durante várias semanas, o departamento de trânsito de uma certa cidade vem registrando a velocidade dos veículos que passam por um certo cruzamento. Os resultados mostram que entre 13 e 18 horas, a velocidade média neste cruzamento é dada aproximadamente por  $v(t) = t^3 - 10,5t^2 + 30t + 20$  km/h, onde  $t$  é o número de horas após o meio-dia. Qual o instante, entre 13 e 18 horas, em que o trânsito é mais rápido? E qual o instante em que ele é mais lento

14) A eficiência,  $E$ , de um parafuso, é dada por  $E = \frac{(\theta - 2\theta^2)}{2 + \theta}$  onde  $\theta$  é o ângulo de passo da rosca. Calcule o valor que maximiza  $E$ .

15) O momento  $M$  de tensão de uma viga, apoiada em uma extremidade, a uma distância  $x$  do apoio é dado por  $M = \frac{1}{2}wLx - \frac{1}{2}wx^2$  onde  $L$  é o comprimento da viga e  $w$  é a carga uniforme por unidade de comprimento. Se a carga for de 20 N, o comprimento da viga de 4 m, encontre o ponto na viga onde o momento é máximo.

16) A energia potencial,  $U$ , de uma partícula que se move ao longo do eixo dos  $x$  é dada por  $U = 2\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right)$ . Determine a taxa de variação da energia potencial

17) Quando uma onda senoidal se propaga em uma corda, sua fonte realiza, na vertical, um movimento harmônico simples e tem sua posição  $y$ , em função do tempo  $t$ , dada pela lei  $y(t) = A \cdot \cos(\alpha + \omega t)$ , em que  $A$  é a amplitude,  $\alpha$  é a fase inicial e  $\omega$  é a pulsação do movimento. Sabendo que uma onda se propaga de acordo com a equação

$$y(t) = 4 \cos \left[ 2 \left( \frac{\pi}{3} + t \right) \right]$$

Analise quais sentenças abaixo são verdadeiras.

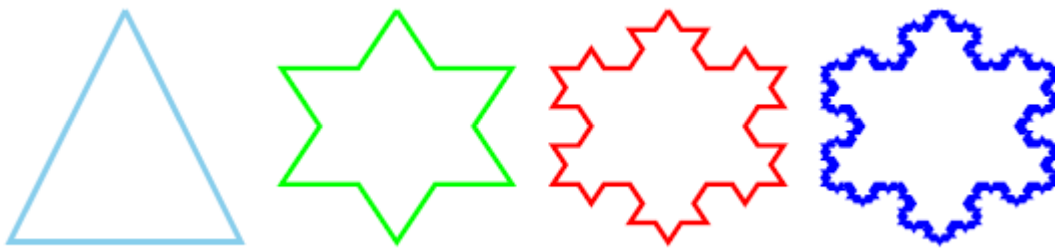
I - A amplitude é igual a 4.

II - A fase inicial é igual a  $\frac{\pi}{3}$ .

III - A pulsação da onda é igual a 2.

- a) I e II
- b) II e III
- c) I e III
- d) Todas são corretas
- e) Somente I

18) A seguinte curva é chamada de Koch e é obtida a partir da linha poligonal constituída pelos lados de um triângulo equilátero de lado unitário. A cada passo substitui-se o terço médio de cada segmento da linha poligonal por dois segmentos que formariam um triângulo equilátero com o terço médio que foi retirado conforme os desenhos abaixo:



Denote por  $A_n$  a área compreendida pela linha poligonal após  $n$  passos: logo,  $A_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ,  $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $A_2 = \frac{10\sqrt{3}}{27}$ , em geral

$$A_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \left( 1 + \frac{3}{5} \left( 1 - \left( \frac{4}{9} \right)^n \right) \right), \text{ se } n \geq 0; \text{ utilizando os conceitos de limites infinitos, que descreve o comportamento de}$$

funções cujos valores se tornam arbitrariamente grandes, então pode-se concluir-que:

a)  $A_\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = \frac{2\sqrt{3}}{40}$

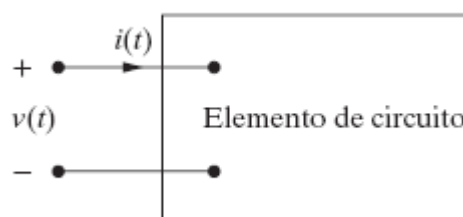
b)  $A_\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = \frac{3\sqrt{3}}{40}$

c)  $A_\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = \frac{\sqrt{3}}{8}$

d)  $A_\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = \frac{2\sqrt{3}}{5}$

e)  $A_\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = \frac{\sqrt{3}}{9}$

19) Derivadas têm papel importante em circuitos elétricos. Por exemplo, a relação entre tensão e corrente em indutores e em capacitores é uma relação de derivada. A relação entre potência e energia também é uma relação de derivada. Consideremos o elemento de circuito ilustrado na figura



sendo  $v(t)$  a tensão em volts (V) e  $i(t)$ , a corrente em amperes (A). Notemos que a corrente sempre flui pelo elemento de circuito, enquanto a tensão sempre ocorre nos terminais do elemento.

A tensão  $v(t)$  é a taxa de variação da energia potencial elétrica  $w(t)$  (em joules (J)) por unidade de carga  $q(t)$  (em coulombs (C)); ou seja, a tensão é a derivada da energia potencial elétrica em relação à carga, escrita como:

$$v(t) = \frac{dw}{dq} \text{ V.}$$

A potência  $p(t)$  (em watts (W)) é a taxa de variação (isto é, a derivada) da energia elétrica por unidade de tempo, escrita como:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \text{ A.}$$

A potência  $p(t)$  (em watts (W)) é a taxa de variação (isto é, a derivada) da energia elétrica por unidade de tempo, escrita como:

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \text{ W.}$$

Notemos que, usando a regra da cadeia de diferenciação, a potência pode ser escrita como o produto de tensão e corrente:

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} = \frac{dw}{dq} \times \frac{dq}{dt}, \quad \text{ou} \quad p(t) = v(t) \times i(t).$$

Para um dado elemento de circuito, a carga é:

$$q(t) = \frac{1}{50} \text{ sen } 250 \pi t \text{ C}$$

E a tensão fornecida pela fonte de tensão ilustrada na figura abaixo é

$$v(t) = 100 \text{ sen } 250 \pi t \text{ V.}$$

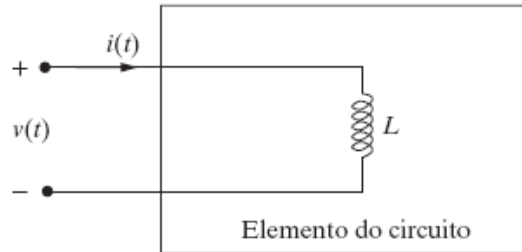
O valor da tensão inicial, quando  $t = 0$  e o valor da corrente para  $t = 10$ .

- a) 100 V e 250 A
- b) 250 V e 250 A
- c) 100 V e  $5\pi$  A
- d) 0 V e 250 A
- e) 0 V e  $5\pi$  A

20) A relação corrente-tensão em um elemento indutor figura é dada por:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt},$$

em que  $v(t)$  é a queda de tensão em V no indutor,  $i(t)$  é a corrente em A que flui no indutor e  $L$ , a indutância em henry (H) do indutor. Notemos que, caso seja dada em mH (1 mH (milihenry) =  $10^{-3}$  H), a indutância deve ser convertida a H antes de ser usada na equação acima



Para o indutor mostrado da figura com  $L = 100 \text{ mH}$  e  $i(t) = t e^{-3t} \text{ A}$ , assim a expressão da tensão é:

- a)  $v(t) = t e^{-3t}$
- b)  $v(t) = -3t e^{-3t}$
- c)  $v(t) = e^{-3t} (1 - 3t)$
- d)  $v(t) = t(e^{-3t} - 1)$
- e)  $v(t) = -3e^{-3t}$

#### DICAS DE BIBLIOGRAFIA:

ÁVILA, Geraldo S. **Cálculo das funções de uma variável**. 7 ed. vol. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2012

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração**. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2006.

THOMAS, G. B., **Cálculo 1**. 11. ed. São Paulo: Pearson/Prentice Hall, 2008 [www.esab.com.br/br/pt/education/.../1901097rev1\\_apostilaeletrodosrevestidos\\_ok.pdf](http://www.esab.com.br/br/pt/education/.../1901097rev1_apostilaeletrodosrevestidos_ok.pdf)

HIMONAS, A., HOWARD, A., **Cálculo: Conceitos e Aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 2005

ANTON, Howard., **Cálculo: um novo horizonte**. Vol. 1. 6 ed. Porto Alegre: Bookman, 2000. ÁVILA, Geraldo S.; ARAÚJO, Luís C. L., **Cálculo: ilustrado, prático e descomplicado**, Rio de Janeiro: LTC, 2012. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2128-7/cfi/5!/4/4@0.00:53.0>. Acesso em: 27 jul. 2017.

*Profª Me Cláudia Gomes de Oliveira dos Santos*

*Profª Me. Haydeé Lisboa Vieira Machado*